

Connaître

- 1 a) Vrai, car toute puissance paire d'un nombre (positif ou négatif) est un nombre positif.
 b) Faux, car si b est un nombre négatif, alors b^3 est un nombre négatif.
 c) Vrai, car toute puissance d'un nombre positif est un nombre positif.
 d) Vrai, car a^2 est toujours un nombre positif et son opposé $-a^2$ est toujours un nombre négatif.
 e) Faux, car si a est un nombre négatif, alors a^3 est un nombre négatif et son opposé $-a^3$ est un nombre positif.
 f) Vrai, car $b^3 + (-b^3) = 0$.

- 2 a) 1^{re} règle : $2^3 \cdot 2^2 = 2^5$ Pour multiplier des puissances de même base, on conserve la base et on additionne les exposants.
 2^e règle : $(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3$ Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on élève chaque facteur à cette puissance.
 3^e règle : $(2^3)^2 = 2^6$ Pour élever une puissance à une autre puissance, on conserve la base et on multiplie les exposants.

- b) 1^{re} règle (bleu) : $3^5 \cdot 3^2$ $4 \cdot 4^2$ $(-5)^3 \cdot (-5)$ $2^5 \cdot 2^5$ $(-2)^3 \cdot (-2)^3$
 2^e règle (rouge) : $(5^2)^3$ $((-4)^3)^3$
 3^e règle (vert) : $(4 \cdot 3)^2$ $(6 \cdot 2)^3$

- c) ~~$4^3 \cdot 4^2 = 4^6$~~ ~~$5^2 \cdot 3^2 = 15^4$~~ $2^3 \cdot 6^3 = 12^3$ $5^3 \cdot 5 \cdot 5^4 = 5^8$ ~~$3^4 \cdot 3^4 = 3^{16}$~~
 ~~$(6^2)^3 = 6^5$~~ ~~$((-5)^2)^4 = (-5)^8$~~ $(-2)^3 \cdot (-3)^3 = 6^3$ ~~$((-3)^3)^5 = 3^{15}$~~ ~~$(6 \cdot 3)^3 = 6 \cdot 3^3$~~

- 3 a) Vrai
 b) Faux : la 9^e puissance de 2 est un nombre positif.
 c) Faux : 0,001 est l'écriture décimale de 10^{-3} .
 d) Vrai
 e) Faux : le volume d'un cube de 5 cm d'arête est 125 cm³.
 f) Vrai
 g) Faux : 10^{-5} est un nombre positif.
 h) Vrai
 i) Faux : 10^2 et 10^{-2} sont deux nombres inverses.
 j) Vrai

- 4 $63\ 000 =$ $(6,3 \cdot 10^4)$ $63 \cdot 10^3$ ~~$63 \cdot 10^{-3}$~~ $0,63 \cdot 10^5$
 $0,034 =$ $34 \cdot 10^{-3}$ $0,34 \cdot 10^{-1}$ $(3,4 \cdot 10^{-2})$ ~~$3,4 \cdot 10^{-1}$~~
 $0,000\ 001\ 78 =$ ~~$1,78 \cdot 10^{-5}$~~ $(1,78 \cdot 10^{-6})$ $17,8 \cdot 10^{-7}$ $178 \cdot 10^{-8}$
 $650\ 000\ 000 =$ $0,65 \cdot 10^9$ $65 \cdot 10^7$ ~~$6,5 \cdot 10^7$~~ $(6,5 \cdot 10^8)$

- 5 $(1,23 \cdot 10^5)$ $(5,3 \cdot 10^9)$ $0,99 \cdot 10^{-12}$ $(7,8 \cdot 10^{-3})$ $0,25 \cdot 10^6$
 $750 \cdot 10^{-15}$ $(8 \cdot 10^{11})$ $(7,14 \cdot 10^{-1})$ $11,3 \cdot 10^8$ $(4,1 \cdot 10)$

- 6 a) $5^2 \cdot 5^3 = 5^6$ 25^5 (5^5) b) $(2 \cdot 5)^2 = 2 \cdot 5^2$ $2^2 \cdot 5$ (10^2)
 $3^2 \cdot 4^2 = 12^4$ (12^2) 7^4 $(-4)^3 \cdot (-4)^3 = 16^6$ $(-4)^6$ $(-16)^3$
 $(7^2)^4 = 7^6$ (7^8) 7^{16} $10^4 \cdot 10^3 = (10^7)$ 10^{12} 20^7
 $((-5)^2)^3 = ((-5)^6)$ $(-5)^5$ $(-5)^8$ $6^2 \cdot 6 \cdot 6^4 = 6^8$ (6^7) 6^6

- 7 Le cube de 2^4 est 2^{12} car $((2^4)^3 = 2^4 \cdot 3 = 2^{12}$.
 Pour élever une puissance à une autre puissance, on conserve la base et on multiplie les exposants.

Appliquer

A. Quelques révisions de 1^{re} année

1 a) -9 b) 11 c) -10 d) -3 e) -5 f) -11 g) 8 h) -16
 -3 -46 -20 1 22 -9 10 8
 7 -7 10 -7 -6 -2 -21 1
 -5 -24 10 -15 5 -3 14 -25
 -2 -39 0 2 -1 0 -10 0

2 a) -15 b) -5 c) -24 d) -24 e) 6 f) 72 g) -150 h) 0
 10 -1 0 -24 0 -42 -8 2000
 -25 -56 -4 16 21 120 -24 -729
 -90 9 16

3 a) -32 b) 27 c) -125 d) 81 e) 100 000
 9 -1 16 -1000 100
 256 1 1000 1 000 000 -100 000

4 a) -1 b) -3 c) -10 d) -8
 -12 25 -343 6
 -64 -32 21 -1
 -7 10 -21 -6
 81 -10 4 -5
 12 -3 -2187 9

5 a) $4 + 5 \cdot (-2) = 4 + (-10) = -6$ b) $-2 + 3 \cdot (-6) + 4 = -2 + (-18) + 4 = -16$
 $-4 \cdot 2 + 8 = -8 + 8 = 0$ $6 \cdot (-2) + 5 \cdot (-3) = -12 + (-15) = -27$
 $-5 \cdot (-2) - 4 = 10 - 4 = 6$ $5 \cdot (2 - 7) = 5 \cdot (-5) = -25$
 $5 + 3 \cdot 2 - 8 = 5 + 6 - 8 = 3$ $5 \cdot 2 - 7 = 10 - 7 = 3$
 c) $2 - 7^3 = 2 - 343 = -341$ d) $(5 \cdot 3)^2 = 15^2 = 225$
 $-7 \cdot (-2)^3 = -7 \cdot (-8) = 56$ $5 + (-3)^2 = 5 + 9 = 14$
 $5 \cdot (-3)^2 = 5 \cdot 9 = 45$ $(5 - 3)^2 = 2^2 = 4$
 $4 \cdot 3 - 5^2 = 4 \cdot 3 - 25 = 12 - 25 = -13$ $-2 + 5 \cdot (-3)^2 = -2 + 5 \cdot 9 = -2 + 45 = 43$

B. Puissances de nombres entiers

1 a) 8 b) 4 c) 16 d) -2 e) 64
 36 27 81 -216 -1
 -125 16 100 10 000 10 000 000
 49 -243 64 1 64

2 $(-2)^3$ Le cube de l'opposé de 2 -8
 2^3 Le cube de 2 8
 -2^3 L'opposé du cube de 2 -8
 4^2 Le carré de 4 16
 $(-4)^2$ Le carré de l'opposé de 4 16
 -4^2 L'opposé du carré de 4 -16
 -3^5 L'opposé de la 5^e puissance de 3 -243
 $(-3)^5$ La 5^e puissance de l'opposé de 3 -243
 3^5 La 5^e puissance de 3 243

3 a) $(-9)^2 = 9^2$ c) $(-7)^5 = -7^5$
 $-8^2 \neq (-8)^2$ $-1^9 = (-1)^9$
 $14^3 \neq (-14)^3$ $4^2 = (-4)^2$
 b) $5^3 \neq -5^3$ d) $-11^2 \neq (-11)^2$
 $8^4 = (-8)^4$ $15^3 \neq (-15)^3$
 $(-6)^8 \neq -6^8$ $(-13)^6 = 13^6$

- 4 a) -243 b) -81 c) 625 d) 49 e) -225
 -243 81 -1 1 $-10\ 000\ 000$
 243 81 -625 -81 256
 -125 -256 1 196 -49

- 5 a) $3 + 2 \cdot 5 = 3 + 10 = 13$ b) $3^3 - 5^3 = 27 - 125 = -98$
 $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$ $(-3) + (-5) = -8$
 $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$ $-3 + 5^2 = -3 + 25 = 22$
 $(3 + 5)^2 = 8^2 = 64$ $(3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225$
 $(-3) + 5 = 2$ $3 - (-5)^3 = 3 - (-125) = 3 + 125 = 128$

- 6 a) $7 + (-2) = 5$ La somme de 7 et de l'opposé de 2
 $4 - 2 \cdot 5 = 4 - 10 = -6$ La différence entre 4 et le double de 5
 $2 \cdot (4 - 5) = 2 \cdot (-1) = -2$ Le double de la différence entre 4 et 5
 $4 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 20 + 14 = 34$ La somme du quadruple de 5 et du double de 7

- b) $2 \cdot (-4) + 5 = -8 + 5 = -3$ La somme du double de l'opposé de 4 et de 5
 $2^2 - 7^2 = 4 - 49 = -45$ La différence entre les carrés de 2 et de 7
 $(2 - 7)^2 = (-5)^2 = 25$ Le carré de la différence entre 2 et 7
 $2 \cdot (-7)^2 = 2 \cdot 49 = 98$ Le double du carré de l'opposé de 7

- c) $(2 \cdot 7)^2 = 14^2 = 196$ Le carré du double de 7
 $3 + 5^2 = 3 + 25 = 28$ La somme de 3 et du carré de 5
 $-(3 + 5)^2 = -8^2 = -64$ L'opposé du carré de la somme de 3 et de 5
 $(-3)^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$ La somme des carrés de l'opposé de 3 et de 5

- 7 a) $6 \cdot 3 - 4 = 18 - 4 = 14$ c) $(-2)^4 \cdot 5 - 3 = 16 \cdot 5 - 3 = 80 - 3 = 77$
 $4 - 6 \cdot 2 = 4 - 12 = -8$ $-2 + 5 \cdot (-3)^2 = -2 + 5 \cdot 9 = -2 + 45 = 43$
 $3 \cdot 5 + 2 \cdot (-7) = 15 - 14 = 1$ $-3 \cdot (2 - 7)^2 = -3 \cdot (-5)^2 = -3 \cdot 25 = -75$
 $-2 - 3 \cdot (-5) = -2 + 15 = 13$ $7 + 2 \cdot (-1)^3 = 7 + 2 \cdot (-1) = 7 - 2 = 5$
 $5 \cdot (-9 + 4) = 5 \cdot (-5) = -25$ $3 - 5 \cdot (-2)^3 = 3 - 5 \cdot (-8) = 3 + 40 = 43$

- b) $(-6 + 2)^2 = (-4)^2 = 16$ d) $5 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot (-5)^2 = 5 \cdot (-8) + 2 \cdot 25 = -40 + 50 = 10$
 $-6 + 2^2 = -6 + 4 = -2$ $-3 + (-2)^3 \cdot 5 = -3 + (-8) \cdot 5 = -3 - 40 = -43$
 $(-6)^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$ $4 \cdot (3 - 5)^2 = 4 \cdot (-2)^2 = 4 \cdot 4 = 16$
 $-(6 + 2)^2 = -8^2 = -64$ $(-5 + 2) \cdot (-4)^3 = (-3) \cdot (-4)^3 = -3 \cdot (-64) = 192$
 $(-2)^3 - 6^2 = -8 - 36 = -44$ $5 + 2 \cdot (-4 + 7)^2 = 5 + 2 \cdot 3^2 = 5 + 2 \cdot 9 = 5 + 18 = 23$

- 8 a) $4 \cdot (-3)^3 = 4 \cdot (-27) = -108$ c) $7 \cdot (-1)^3 - 3 \cdot (-2)^2 = 7 \cdot (-1) - 3 \cdot 4 = -7 - 12 = -19$
 $5 \cdot (-2)^2 = 5 \cdot 4 = 20$ $4 \cdot (-2)^2 - 2 \cdot (-3)^3 = 4 \cdot 4 - 2 \cdot (-27) = 16 + 54 = 70$
 $-2 \cdot 4^3 = -2 \cdot 64 = -128$ $2 \cdot 4^2 + (-2)^5 = 2 \cdot 16 + (-32) = 32 - 32 = 0$
 $-6 \cdot (-1)^5 = -6 \cdot (-1) = 6$ $-2 \cdot (-3)^2 - 3 \cdot (-1)^3 = -2 \cdot 9 - 3 \cdot (-1) = -18 + 3 = -15$

- b) $2 \cdot (-2)^3 = 2 \cdot (-8) = -16$ d) $(-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 5 = 4 + 6 - 5 = 10 - 5 = 5$
 $-10 \cdot (-1)^4 = -10 \cdot 1 = -10$ $-(-3)^3 + 2 \cdot (-3)^2 - 1 = -(-27) + 2 \cdot 9 - 1 = 27 + 18 - 1 = 44$
 $3 \cdot (-2)^4 = 3 \cdot 16 = 48$ $5 \cdot (-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) = 5 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 + 3 = -5 + 2 + 3 = 0$
 $-5 \cdot 4^2 = -5 \cdot 16 = -80$ $-4^2 + 2 \cdot 4 + 4 = -16 + 8 + 4 = -16 + 12 = -4$

1

$$\begin{aligned}
 \text{e) } & 3 \cdot (-3)^3 - 2 \cdot (-3)^2 + (-3) + 1 = 3 \cdot (-27) - 2 \cdot 9 - 3 + 1 = -81 - 18 - 3 + 1 = -101 \\
 & (-3)^4 + 2 \cdot (-3)^3 - 4 \cdot (-3)^2 - 8 \cdot (-3) = 81 + 2 \cdot (-27) - 4 \cdot 9 - 8 \cdot (-3) = 81 - 54 - 36 + 24 = 15 \\
 & -3 \cdot (-2)^3 - 3 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 3 = -3 \cdot (-8) - 3 \cdot 4 + 6 + 3 = 24 - 12 + 6 + 3 = 21 \\
 & -(-1)^7 - 5 \cdot (-1)^6 + 4 \cdot (-1)^5 - 3 \cdot (-1)^4 = -(-1) - 5 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 = 1 - 5 - 4 - 3 = -11
 \end{aligned}$$

9 a) 90 000 b) 6,45 c) 0,000 32 d) 7,5 e) 24 600
 32,5 0,524 20 0,007 423 0,004 75
 2780 0,012 0,0008 0,6 0,21
 8 0,063 14 56 700 4,275 0,052
 50 0,002 15 0,000 32 30 0,000 057 6

10 a) $63 \cdot 10^{-3}$ b) $52 \cdot 10^5$ c) $4,2 \cdot 10^{-2}$ d) $2470 \cdot 10^{-3}$
 $742 \cdot 10^{-2}$ $431 \cdot 10^4$ $0,5 \cdot 10^4$ $23 \cdot 10^{-5}$
 $6 \cdot 10^{-4}$ $12 \cdot 10^{-5}$ $1356 \cdot 10^{-2}$ $0,751 \cdot 10^5$
 $36 \cdot 10^{-4}$ $0,008 \cdot 10^{-2}$ $0,0027 \cdot 10^3$ $0,043 \cdot 10^5$

11 a) 2^{10} b) 10^3 c) 2^{10} d) $(-6)^4$ e) $2^{12} \cdot 2^5 = 2^{17}$
 2^7 $(-42)^4$ $(-5)^3$ 2^9 $5^8 \cdot 5 = 5^9$
 9^6 $(-2)^{10}$ $(-2)^6$ ou 4^3 $(-7)^5$ $(2^5)^4 = 2^{20}$
 12^2 $(-3)^9$ 4^6 7^{15} $9 \cdot 9^4 = 9^5$ ou $3^2 \cdot 3^8 = 3^{10}$
 3^{21} 3^7 $(-6)^3$ $(-7)^6$ $4^6 \cdot 5^6 = 20^6$
 $(-7)^5$ 2^{10} 10^7 14^2 $(3^7)^2 = 3^{14}$

12 a) Intrus : $11^4 \cdot 11^2$, car $11^4 \cdot 11^2 = 11^6$ et $(11^2)^4 = 11^8$
 b) Intrus : $(5^3)^3 = 5^9$, car $25^3 = (5^2)^3 = 5^6$
 c) Intrus : 3^5 , car $27^2 = (3^3)^2 = 3^6$ et $(3^2)^3 = 3^6$
 a) Intrus : 2^{16} , car $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$ et $4^6 = (2^2)^6 = 2^{12}$

13 a) 0,0001 b) 10^4 c) 10^6 d) 2^8 e) 7^{10} f) 8^4
 10^{-4} 10 000 $10^4 \cdot 10^2$ $2^4 \cdot 2^4$ ~~$7^2 \cdot 7^5$~~ $2^4 \cdot 4^4$
 ~~$(-10)^4$~~ $(-10)^4$ $10^4 + 10^2$ ~~$(2^2)^3$~~ $7^9 \cdot 7$ ~~$4^2 \cdot 4^2$~~
 $1/10\ 000$ $10^2 \cdot 10^2$ $(10^3)^2$ $2^7 \cdot 2$ $7^3 \cdot 7^7$ $(8^2)^2$
 $(10^2)^{-2}$ ~~$(-10)^{-4}$~~ $(-10)^6$ $2^9 / 2$ $(7^2)^5$ $8 \cdot 8^3$

14 2^6 est le carré de 2^3 car $2^6 = (2^3)^2$ 3^4 est le carré de 3^2 car $3^4 = (3^2)^2$
 10^8 est le carré de 10^4 car $10^8 = (10^4)^2$ 12^8 est le carré de 12^4 car $12^8 = (12^4)^2$
 $3^2 \cdot 9^3$ est le carré de 3^4 car $3^2 \cdot 9^3 = 3^2 \cdot 3^6 = 3^8$ et $3^8 = (3^4)^2$ ou $9 \cdot 9^3 = 9^4 = (9^2)^2$.
 $3^6 \cdot 3^4$ est le carré de 3^5 car $3^6 \cdot 3^4 = 3^{10}$ et $3^{10} = (3^5)^2$
 $2^6 \cdot 5^{10}$ est le carré de $2^3 \cdot 5^5$ car $2^6 \cdot 5^{10} = (2^3 \cdot 5^5)^2$

15 24^9 est le produit de 24^7 par 24^2 .
 Le double de 2^6 est 2^7 .

16 $10^6 < 177 \cdot 10^4 < 0,2 \cdot 10^7 < 24 \cdot 10^5 < 3 \cdot 10^6 < 3,4 \cdot 10^6$

17 a) $14,5 \cdot 10^{-8} < 0,73 \cdot 10^{-6}$ car $1,45 \cdot 10 \cdot 10^{-8} < 7,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-6}$
 $1,45 \cdot 10^{-7} < 7,3 \cdot 10^{-7}$

b) $0,000\ 051 \cdot 10^{-3} > 520\ 000 \cdot 10^{-14}$ car $5,1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-3} > 5,2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-14}$
 $5,1 \cdot 10^{-8} > 5,2 \cdot 10^{-9}$

18 $2,34 \cdot 10^{-4}$ $234 \cdot 10^{-5}$ $0,234 \cdot 10^{-3}$ $23,4 \cdot 10^{-6}$

19 a) $2,1 \cdot 10^{-4}$ b) $2,6 \cdot 10^7$ c) $2,001 \cdot 10^{-3}$ d) $3,21 \cdot 10^{-1}$ e) $3,4 \cdot 10^{-5}$
 $7,4 \cdot 10^{-6}$ $7,14 \cdot 10^6$ $9,1254 \cdot 10^8$ $4,05 \cdot 10^{-3}$ $3,1 \cdot 10^4$
 $2,914 \cdot 10^{-2}$ $2,54 \cdot 10^8$ $6,53 \cdot 10^{-2}$ $5,06 \cdot 10^5$ $2,2 \cdot 10^{-2}$

- 20 a) $4,56 \cdot 10^2 \cdot 10^9 = 4,56 \cdot 10^{11}$
 $1,2004 \cdot 10 \cdot 10^7 = 1,2004 \cdot 10^8$
 $4,3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 4,3 \cdot 10^{-5}$
- b) $6,54 \cdot 10^2 \cdot 10^8 = 6,54 \cdot 10^{10}$
 $5,32 \cdot 10^5 \cdot 10^{-9} = 5,32 \cdot 10^{-4}$
 $9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5} = 9 \cdot 10^{-11}$
- c) $2,15 \cdot 10^3 \cdot 10^7 = 2,15 \cdot 10^{10}$
 $7,94 \cdot 10^{-3} \cdot 10^9 = 7,94 \cdot 10^6$
 $7,8 \cdot 10^7 \cdot 10^{-5} = 7,8 \cdot 10^2$
- d) $3,17 \cdot 10^2 \cdot 10^{-8} = 3,17 \cdot 10^{-6}$
 $8,7 \cdot 10^8 \cdot 10^{12} = 8,7 \cdot 10^{20}$
 $2,6475 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 2,6475 \cdot 10^{-3}$
- 21 a) $4956 \cdot 7\,987\,987 \cong 5000 \cdot 8\,000\,000 = 5 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^6 = 40 \cdot 10^9 = 4 \cdot 10^{10} \rightarrow 10^{10}$
 $7104 \cdot 2907 \cong 7000 \cdot 3000 = 7 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^3 = 21 \cdot 10^6 \cong 2 \cdot 10 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^7 \rightarrow 10^7$
 $0,002 \cdot 4012 \cong 0,002 \cdot 4000 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^0 = 8 \rightarrow 10$
- b) $7,954 \cdot 0,0789 \cong 8 \cdot 0,08 = 8 \cdot 8 \cdot 10^{-2} = 64 \cdot 10^{-2} \cong 60 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-1} \rightarrow 10^0 = 1$
 $39,045 \cdot 6004,32 \cong 40 \cdot 6000 = 4 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10^3 = 24 \cdot 10^4 \cong 2 \cdot 10 \cdot 10^4 \rightarrow 2 \cdot 10^5 \rightarrow 10^5$
 $3,98 \cdot 0,039\,12 \cong 4 \cdot 0,04 = 4 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 16 \cdot 10^{-2} \cong 2 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \rightarrow 2 \cdot 10^{-1} \rightarrow 10^{-1}$
- c) $98^4 \cong 100^4 = 10^8 \rightarrow 10^8$
 $2098^5 \cong 2000^5 = (2 \cdot 10^3)^5 = 2^5 \cdot 10^{15} = 32 \cdot 10^{15} \cong 30 \cdot 10^{15} = 3 \cdot 10^{16} \rightarrow 10^{16}$
 $0,000\,412^3 \cong 0,0004^3 = (4 \cdot 10^{-4})^3 = 4^3 \cdot 10^{-12} = 64 \cdot 10^{-12} \cong 6 \cdot 10 \cdot 10^{-12} = 6 \cdot 10^{-11} \rightarrow 10^{-10}$
- 22 a) $0,03 \cdot 0,0002 = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-6}$
 $0,04 \cdot 0,2 = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 8 \cdot 10^{-3}$
 $5,1 \cdot 0,004 = 51 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 204 \cdot 10^{-4} = 2,04 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = 2,04 \cdot 10^{-2}$
 $(3000)^4 = (3 \cdot 10^3)^4 = 3^4 \cdot 10^{12} = 81 \cdot 10^{12} = 8,1 \cdot 10 \cdot 10^{12} = 8,1 \cdot 10^{13}$
 $0,12 \cdot 0,15 = 12 \cdot 10^{-2} \cdot 15 \cdot 10^{-2} = 180 \cdot 10^{-4} = 1,8 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = 1,8 \cdot 10^{-2}$
 $4,2 \cdot 0,0003 = 42 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 126 \cdot 10^{-5} = 1,26 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} = 1,26 \cdot 10^{-3}$
- b) $0,001 \cdot 0,01 = 10^{-3} \cdot 10^{-2} = 10^{-5}$
 $(0,002)^5 = (2 \cdot 10^{-3})^5 = 2^5 \cdot 10^{-15} = 32 \cdot 10^{-15} = 3,2 \cdot 10 \cdot 10^{-15} = 3,2 \cdot 10^{-14}$
 $(-3000)^3 = (-3 \cdot 10^3)^3 = (-3)^3 \cdot 10^9 = -27 \cdot 10^9 = -2,7 \cdot 10 \cdot 10^9 = -2,7 \cdot 10^{10}$
 $0,74 \cdot 0,002 = 74 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 148 \cdot 10^{-5} = 1,48 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} = 1,48 \cdot 10^{-3}$
 $42 \cdot 0,000\,03 = 42 \cdot 3 \cdot 10^{-5} = 126 \cdot 10^{-5} = 1,26 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} = 1,26 \cdot 10^{-3}$
 $(-0,005)^4 = (-5 \cdot 10^{-3})^4 = (-5)^4 \cdot 10^{-12} = 625 \cdot 10^{-12} = 6,25 \cdot 10^2 \cdot 10^{-12} = 6,25 \cdot 10^{-10}$
- c) $0,000\,021 \cdot 0,008 = 21 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 168 \cdot 10^{-9} = 1,68 \cdot 10^2 \cdot 10^{-9} = 1,68 \cdot 10^{-7}$
 $87\,000 \cdot 3000 = 87 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^3 = 261 \cdot 10^6 = 2,61 \cdot 10^2 \cdot 10^6 = 2,61 \cdot 10^8$
 $22\,000\,000 \cdot 0,000\,07 = 22 \cdot 10^6 \cdot 7 \cdot 10^{-5} = 154 \cdot 10^1 = 1,54 \cdot 10^2 \cdot 10^1 = 1,54 \cdot 10^3$
 $(-20\,000)^3 = (-2 \cdot 10^4)^3 = (-2)^3 \cdot (10^4)^3 = -8 \cdot 10^{12}$
 $(-0,000\,06)^3 = (-6 \cdot 10^{-5})^3 = (-6)^3 \cdot (10^{-5})^3 = -216 \cdot 10^{-15} = -2,16 \cdot 10^2 \cdot 10^{-15} = -2,16 \cdot 10^{-13}$
 $0,000\,12 \cdot 600\,000 = 12 \cdot 10^{-5} \cdot 6 \cdot 10^5 = 72 \cdot 10^0 = 7,2 \cdot 10 \cdot 10^0 = 7,2 \cdot 10$
- d) $0,000\,004 \cdot 5000 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^3 = 20 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-2}$
 $450\,000 \cdot 0,0002 = 45 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 90 \cdot 10^0 = 9 \cdot 10 \cdot 10^0 = 9 \cdot 10$
 $19 \cdot 10^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 38 \cdot 10^{-6} = 3,8 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 3,8 \cdot 10^{-5}$
 $0,004 \cdot 7 \cdot 10^{-5} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 7 \cdot 10^{-5} = 28 \cdot 10^{-8} = 2,8 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 2,8 \cdot 10^{-7}$
 $37 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-7} = 74 \cdot 10^{-2} = 7,4 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 7,4 \cdot 10^{-1}$
 $0,0007 \cdot 2 \cdot 10^9 = 7 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^9 = 14 \cdot 10^5 = 1,4 \cdot 10 \cdot 10^5 = 1,4 \cdot 10^6$

Transférer

1

A. Problèmes mathématiques

1 $3520^2 = (352 \cdot 10)^2 = 352^2 \cdot 10^2 = 123\,904 \cdot 10^2 = 12\,390\,400$
 $35,2^2 = (352 \cdot 10^{-1})^2 = 352^2 \cdot (10^{-1})^2 = 123\,904 \cdot 10^{-2} = 1239,04$
 $0,352^2 = (352 \cdot 10^{-3})^2 = 352^2 \cdot (10^{-3})^2 = 123\,904 \cdot 10^{-6} = 0,123\,904$
 $352\,000^2 = (352 \cdot 10^3)^2 = 352^2 \cdot 10^6 = 123\,904 \cdot 10^6 = 123\,904\,000\,000$
 $(-3,52)^2 = (-352 \cdot 10^{-2})^2 = (-352)^2 \cdot (10^{-2})^2 = 123\,904 \cdot 10^{-4} = 12,3904$
 $(-0,000\,352)^2 = (-352 \cdot 10^{-6})^2 = (-352)^2 \cdot (10^{-6})^2 = 123\,904 \cdot 10^{-12} = 0,000\,000\,123\,904$

2 $a = (4 \cdot 11)^{15} = (2^2 \cdot 11)^{15} = (2^2)^{15} \cdot 11^{15} = 2^{30} \cdot 11^{15}$
 $b = (4 \cdot 121)^5 = (2^2 \cdot 11^2)^5 = (2^2)^5 \cdot (11^2)^5 = 2^{10} \cdot 11^{10}$
 $c = (16 \cdot 11)^{17} = (2^4 \cdot 11)^7 = (2^4)^7 \cdot 11^7 = 2^{28} \cdot 11^7$

3 $4^{20} \neq 1,099\,511\,628 \cdot 10^{12}$

Justification

$1,099\,511\,628 \cdot 10^{12} = 1\,099\,511\,628\,000$ mais toute puissance de 4 doit se terminer par 4 ou par 6. Pour être plus précis, on peut dire que toutes les puissances paires ont un résultat se terminant par 6 et les puissances impaires par 4. Dans ce cas, le dernier chiffre est 6.

La réponse donnée par la calculatrice de l'ordinateur est 1 099 511 627 776.

$0,3^{20} = 3,486\,784\,401 \times 10^{-11}$

Justification : $0,3^{20} = (3 \cdot 10^{-1})^{20}$
 $= 3^{20} \cdot 10^{-20}$
 $= 3\,486\,784\,401 \cdot 10^{-20}$
 $= 3,486\,784\,401 \cdot 10^9 \cdot 10^{-20}$
 $= 3,486\,784\,401 \cdot 10^{-11}$

$15^9 \neq 3,844\,335\,938 \times 10^{10}$

Justification

$3,844\,335\,938 \cdot 10^{10} = 38\,443\,359\,380$ et 15^9 est un nombre qui se termine par 5.

La réponse donnée par la calculatrice de l'ordinateur est 38 443 359 375.

$0,214^6 \neq 9,604\,674\,252 \times 10^{-5}$

Justification

$9,604\,674\,252 \times 10^{-5} = 0,000\,096\,046\,742\,52$ et $0,214^6$ est un nombre décimal se terminant par 6.

La réponse donnée par la calculatrice de l'ordinateur est 0,000 096 046 742 518 336

B. Problèmes concrets

1 a) $256 = 2^8 \rightarrow$ après 9 bonnes réponses
 $1024 = 2^{10} \rightarrow$ après 11 bonnes réponses
 b) 20 bonnes réponses \rightarrow il a gagné $2^{19} = 524\,288$ €

2 Argiles : diamètre inférieur à $2\ \mu\text{m}$ ($2 \cdot 10^{-6}$ m)
 Limons : diamètre de $2\ \mu\text{m}$ à $50\ \mu\text{m}$ ($2 \cdot 10^{-6}$ m à $50 \cdot 10^{-6}$ ou $5 \cdot 10^{-5}$ m)
 Sables : diamètre supérieur à $50\ \mu\text{m}$ ($50 \cdot 10^{-6}$ ou $5 \cdot 10^{-5}$ m)
 $0,006\ \text{mm} = 6 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \rightarrow$ Sables
 $1000\ \mu\text{m} = 10^3 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 10^{-3} \rightarrow$ Sables
 $4 \cdot 10^{-3}\ \text{mm} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{m} \rightarrow$ Limons
 $150 \cdot 10^{-5}\ \text{mm} = 1,5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 1,5 \cdot 10^{-6} \rightarrow$ Argiles
 $300 \cdot 10^{-4}\ \text{mm} = 3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 3 \cdot 10^{-5} \rightarrow$ Limons
 $0,15\ \text{mm} = 15 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 15 \cdot 10^{-5}\ \text{m} \rightarrow$ Sables

3 En un siècle :

$$4 \cdot 510\,000\,000 \cdot 100 = 4 \cdot 51 \cdot 10^7 \cdot 10^2 = 204 \cdot 10^9 = 2,04 \cdot 10^{11} \text{ g} = 2,04 \cdot 10^8 \text{ kg} = 2,04 \cdot 10^5 \text{ t}$$

4 a) Nombre de secondes dans une année de 365 jours

$$\text{Ordre de grandeur : } 400 \cdot 20 \cdot 4000 = 32\,000\,000 = 3,2 \cdot 10^7 \rightarrow 10^7$$

$$\text{Calcul à la calculatrice : } 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 31\,536\,000 \cong 3,15 \cdot 10^7 \text{ secondes}$$

b) $3,15 \cdot 10^7 \cdot 10^{-15} = 3,15 \cdot 10^{-8}$ secondes

5 a) $D_1 = \frac{120}{3,6} + \frac{120^2}{254 \cdot 0,8} \cong 104,20 \text{ m}$

$$D_2 = \frac{110}{3,6} + \frac{110^2}{254 \cdot 0,4} \cong 149,65 \text{ m}$$

C'est le second automobiliste qui aura une distance de freinage plus élevée.

b) $D = \frac{115}{3,6} + \frac{115^2}{254 \cdot 0,8} \cong 97,03 \text{ m}$

Il aura donc la possibilité de s'arrêter puisque l'obstacle se trouve à une distance de 150 m.

6 Nombre de DVD-ROM : $\frac{92,4 \text{ Go}}{4,7 \text{ Go}} = 19,66$ soit 20 DVD.

$$\text{Nombre de CD-ROM : } \frac{92,4 \text{ Go}}{700 \text{ Mo}} = \frac{92,4 \cdot 2^{10} \text{ Mo}}{700 \text{ Mo}} = 135,168 \text{ soit } 136 \text{ DVD.}$$

1