8 La recherche de la nouvelle longueur peut se faire en deux temps :

Aire de la prairie initiale : 150 . 150 = 22 500 m^2
Longueur de la nouvelle prairie : 22 500 : 100 = 225 m

Il est évident que cette recherche peut aussi se faire par le passage à une équation où x représente la nouvelle longueur.

150 . 150 = 100 . x
22 500 = 100 x
225 = x

Les deux terrains ont la même aire, mais pas le même périmètre.

Le périmètre du carré initial vaut : 150 . 4 = 600 m.

Celui du rectangle est plus grand. Il vaut :

100 . 2 + 225 . 2 = 200 + 450 = 650 m

La différence des périmètres vaut 50 m.

Comme il y a trois rangées de fil, le fermier devra acheter : 50 m . 3 = 150 m

Connaître

1

1	Rectangle	19	Losange
2	Carré	10	Trapèze isocèle
3	Losange	11	Rectangle
4	Trapèze	12	Carré
5	Carré	13	Parallélogramme
6	Rectangle	14	Trapèze rectangle
7	Parallélogramme	15	Losange
8	Losange	16	Trapèze isocèle

2

1 Triangle scalène rectangle
2 Triangle isocèle rectangle
3 Triangle équilatéral (acutangle)
4 Triangle isocèle obtusangle
5 Triangle équilatéral (acutangle)
6 Triangle scalène acutangle
7 Triangle scalène obtusangle
8 Triangle scalène obtusangle

3

a) Un rectangle qui possède des côtés de même longueur est un **carré**.
b) Un parallélogramme qui possède un angle droit est un **rectangle**.
c) Un losange qui possède un angle droit est un **carré**.
d) Un parallélogramme qui possède des côtés de même longueur est un **losange**.
e) Un triangle isocèle qui possède un angle obtus est aussi **obtusangle**.
f) Un triangle rectangle qui possède deux côtés de même longueur est de plus **isocèle**.

4

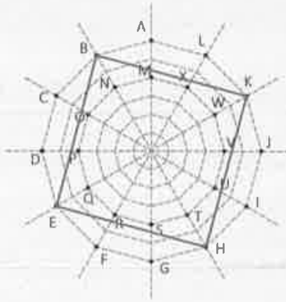
Puisque le triangle ABC est rectangle en C, alors $|\hat{C}| = 90°$.
Puisque le triangle XYZ est isocèle en X, alors $|XY| = |XZ|$.
Puisque le triangle DEF est équilatéral, alors $|DE| = |EF| = |FD|$.
Puisque le triangle PQR est isocèle rectangle en R, alors $|\hat{R}| = 90°$ et $|RQ| = |RP|$.
Puisque le quadrilatère ABCD est un losange, alors $|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$.
Puisque le quadrilatère EFGH est un parallélogramme, alors EF//HG et EH//FG.

5

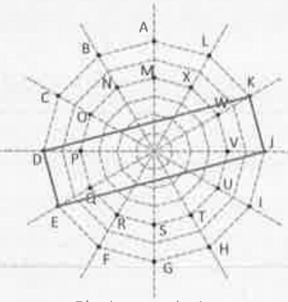
Si $|AB| = |BC|$, alors le triangle ABC est **isocèle en B**.
Si $|\hat{X}|$ **= 90°**, alors le triangle XYZ est rectangle en X.
Si $|\hat{D}| > 90°$, alors le triangle FDE est **obtusangle en D**.
Si $|AB| = |AD|$ et $[AB] \perp [AD]$, alors le parallélogramme ABCD est **un carré**.
Si **$|MN| = |NP|$**, alors le parallélogramme MNPQ est un losange.
(Autres solutions : $|MN| = |MQ|$; $|PQ| = |MQ|$ et $|PQ| = |PN|$)

6

un carré
en partant du point B

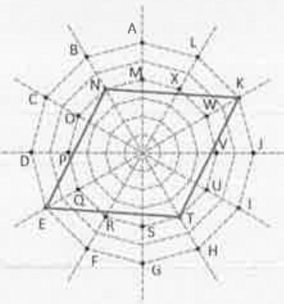


un rectangle
en partant du point K

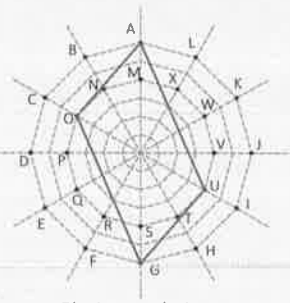


Plusieurs solutions

un losange
en partant du point E



un parallélogramme
en partant du point G



Plusieurs solutions

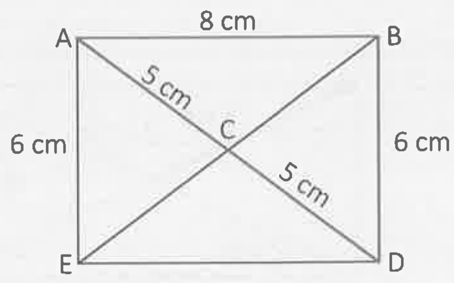
7

Le triangle ACE est un triangle **équilatéral**.
Le quadrilatère ABDE est un **rectangle**.

8

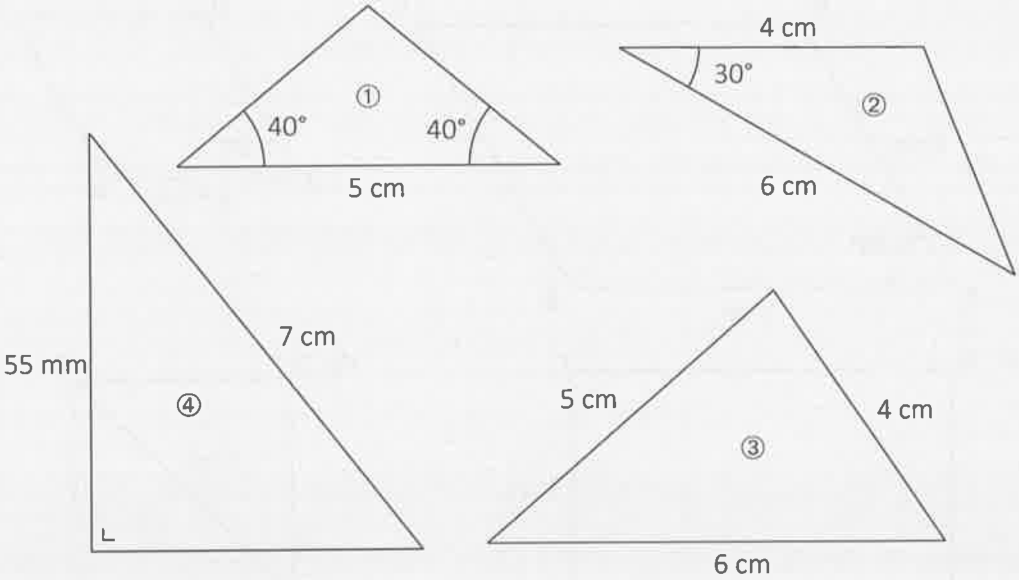
La droite BD est une **diagonale** du rectangle ABCD.
La droite CH est une **hauteur** du triangle BCD.
La demi-droite [HT est une **bissectrice** du triangle CHD.
Le segment [GB] est une **médiane** du triangle ABD.
La droite EF est une **médiatrice** du triangle DTH.

9 Les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur
$\Rightarrow |AE| = |BD| = 6$ cm.
Les diagonales d'un rectangle se coupent
en leur milieu $\Rightarrow |AC| = |CD| = 5$ cm
Le périmètre du triangle ABD est 8 + 6 + 5 + 5 = 24 cm

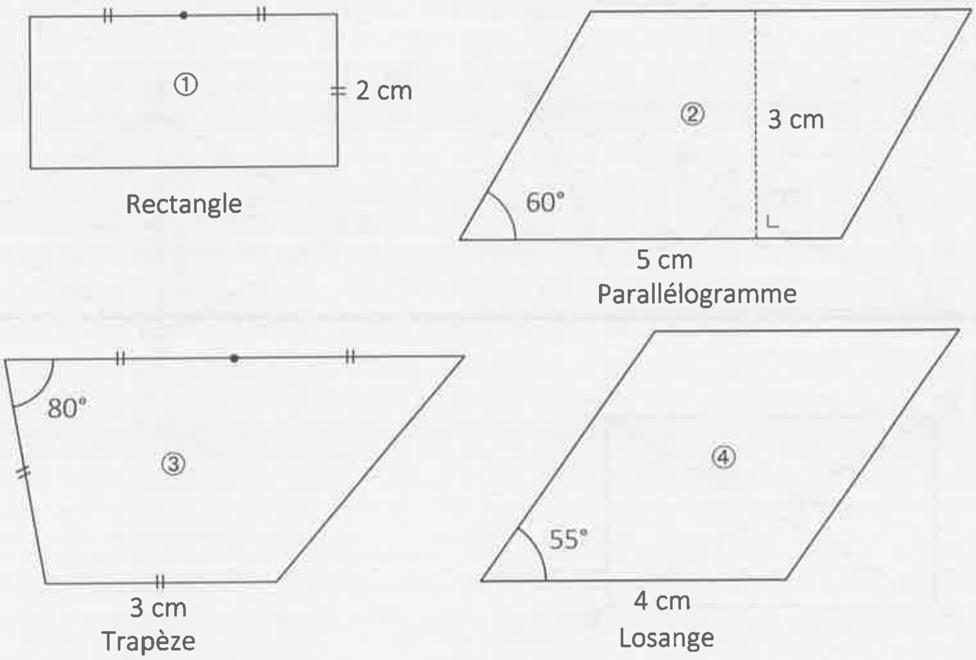


Appliquer

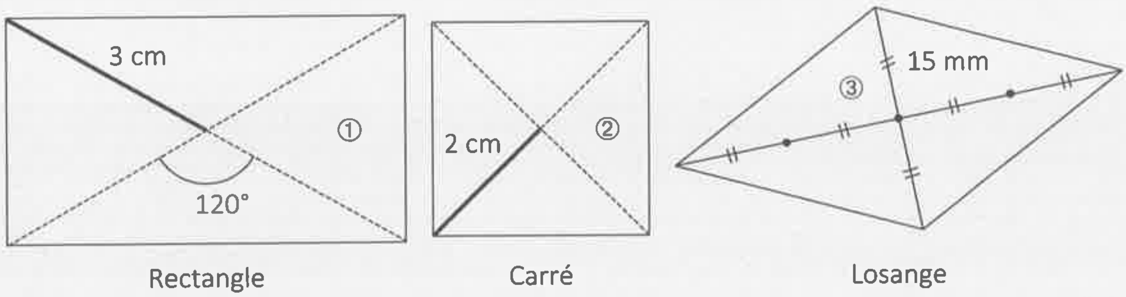
1 a)

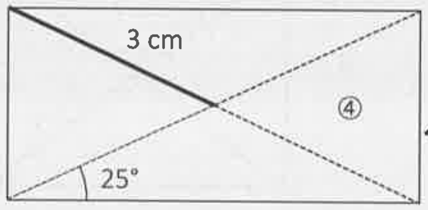


b)

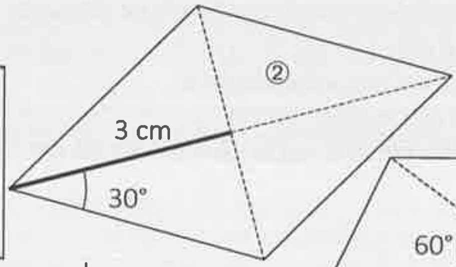


c)

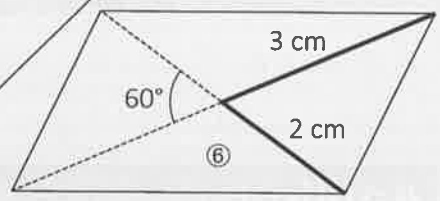




Rectangle

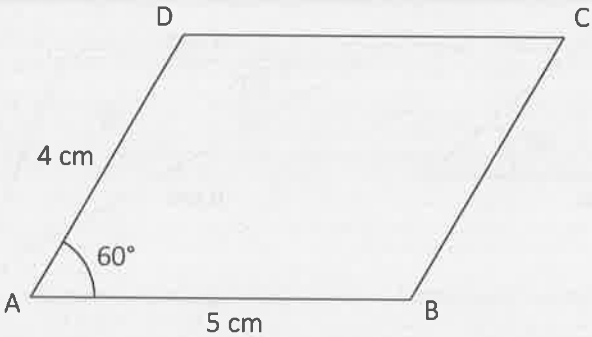


Losange

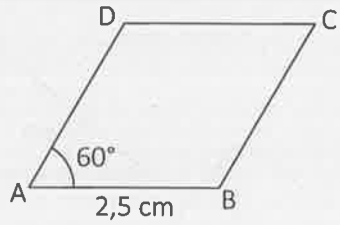


Parallélogramme

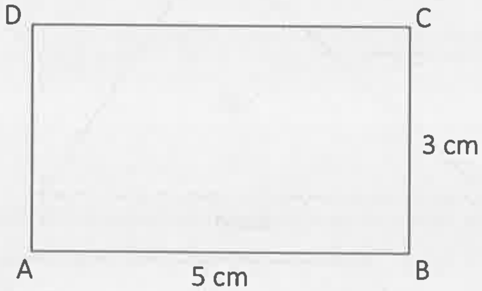
2 a)



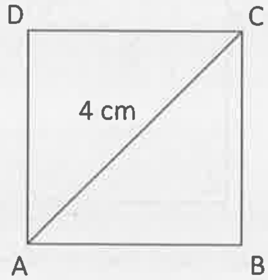
b)



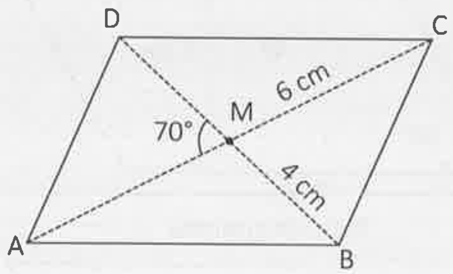
c)



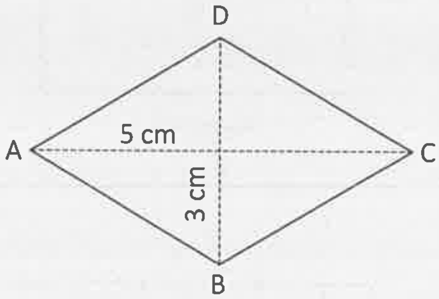
d)



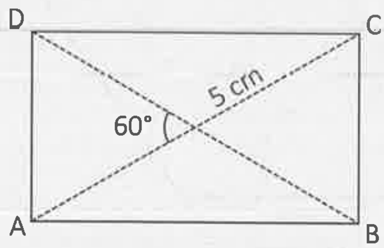
3 a)



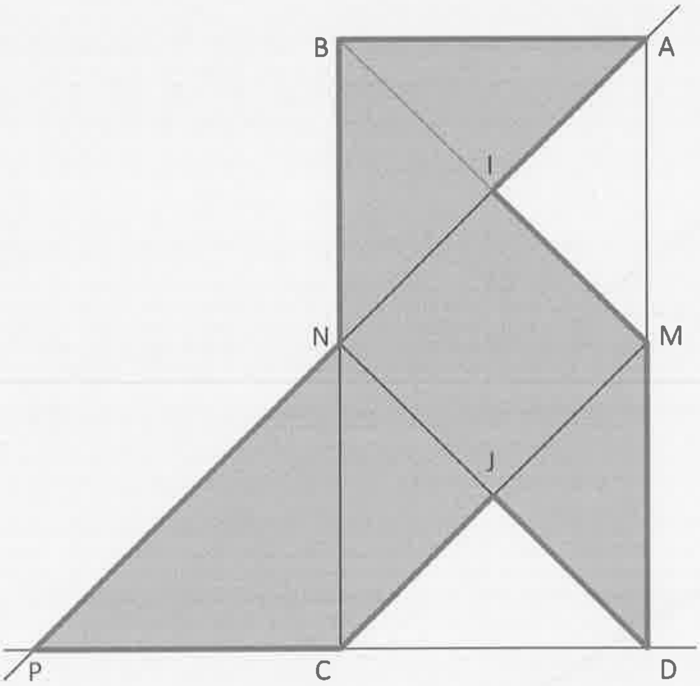
b)



c)



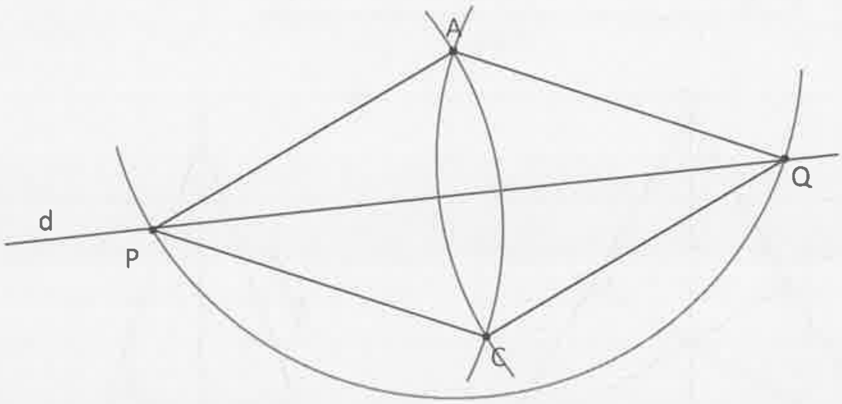
4



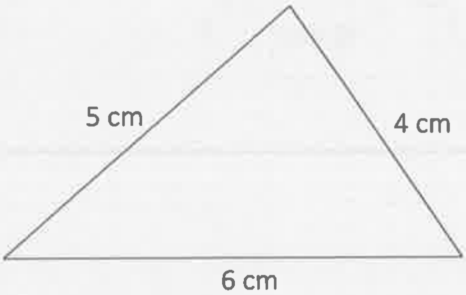
5

4
1
3
2
5

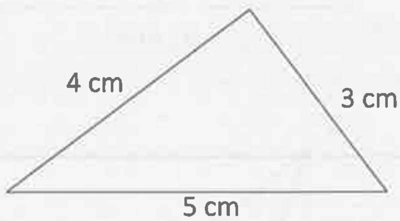
6



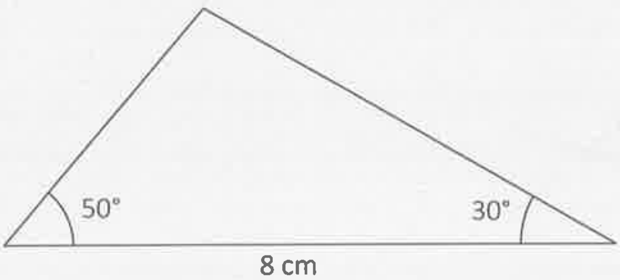
7 a)



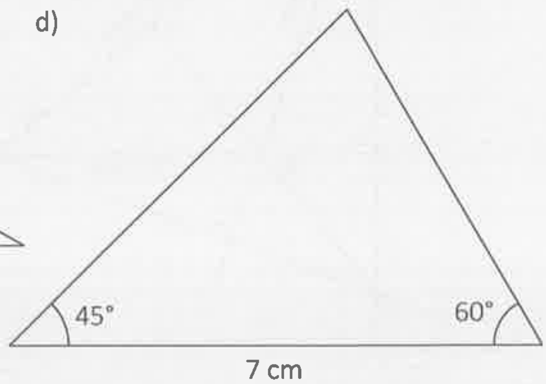
b)



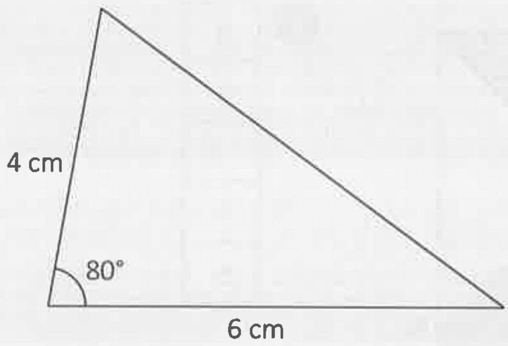
c)



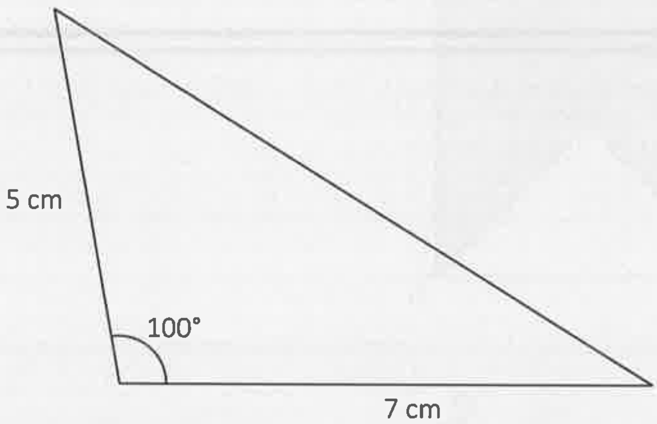
d)



e)

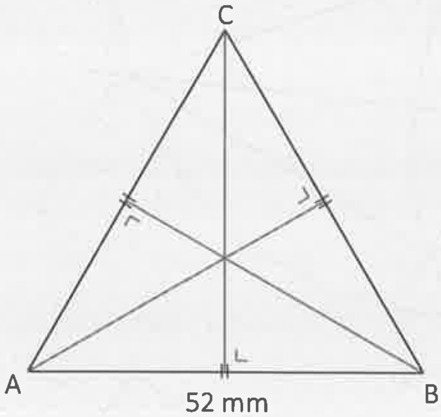

4 cm
80°
6 cm

f)

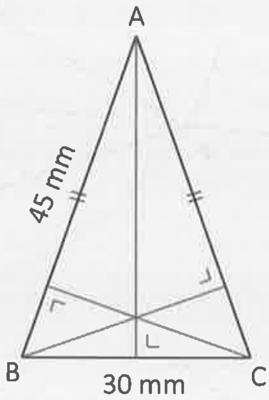

5 cm
100°
7 cm

6

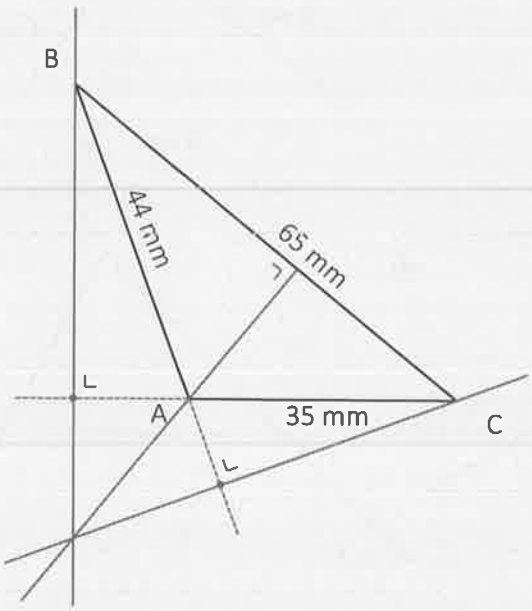
8 a)


C
A
B
52 mm

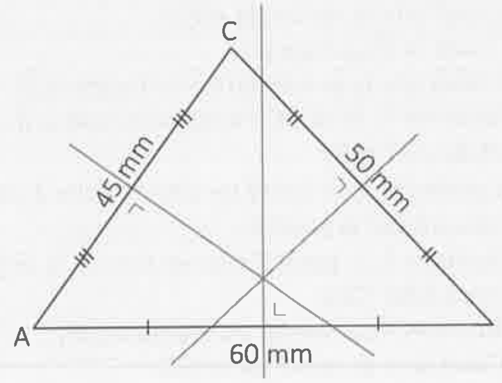
b)


A
45 mm
B
30 mm
C

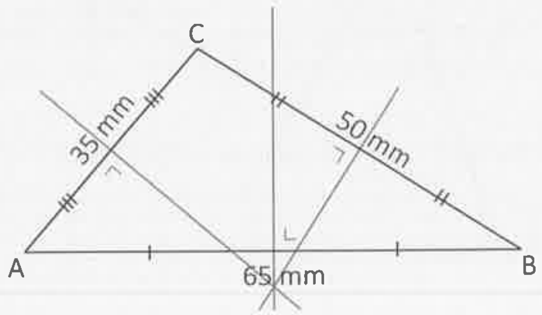
c)


B
44 mm
65 mm
A
35 mm
C

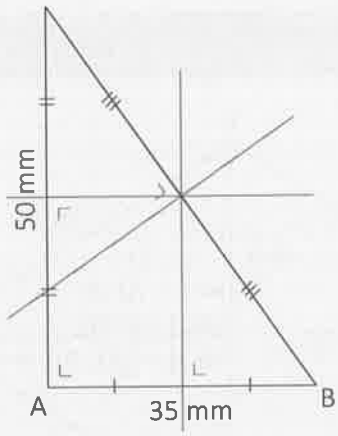
9 a)



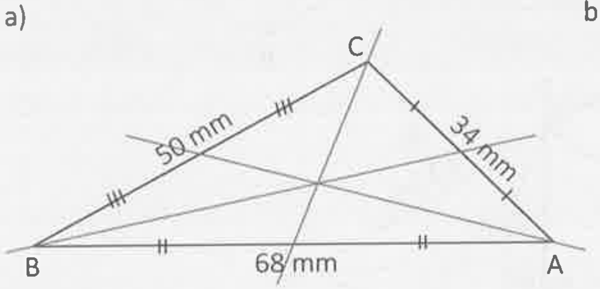
b)



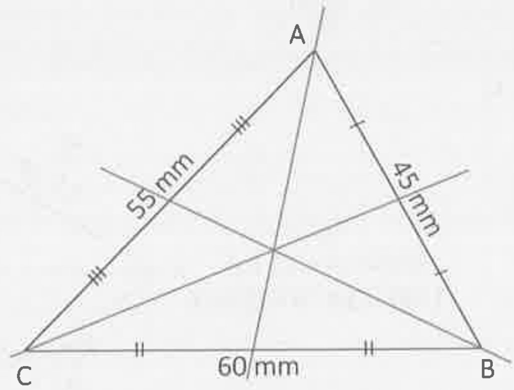
c)



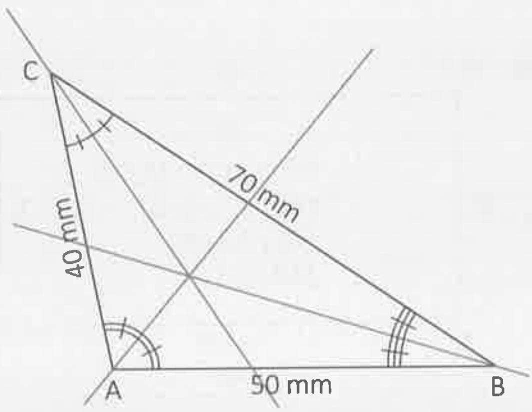
10 a)



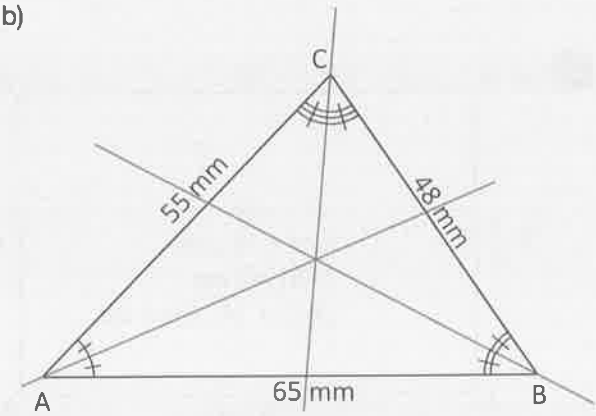
b)



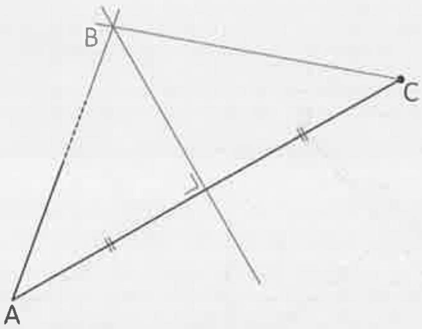
11 a)



b)



12

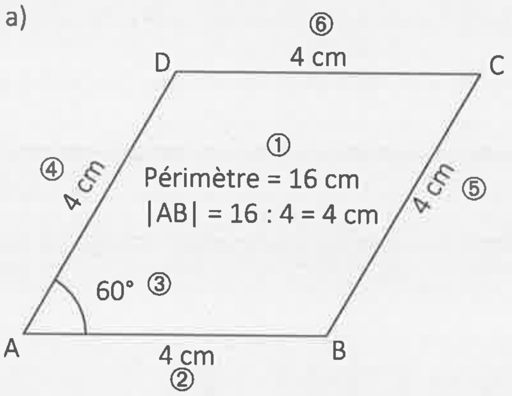


13

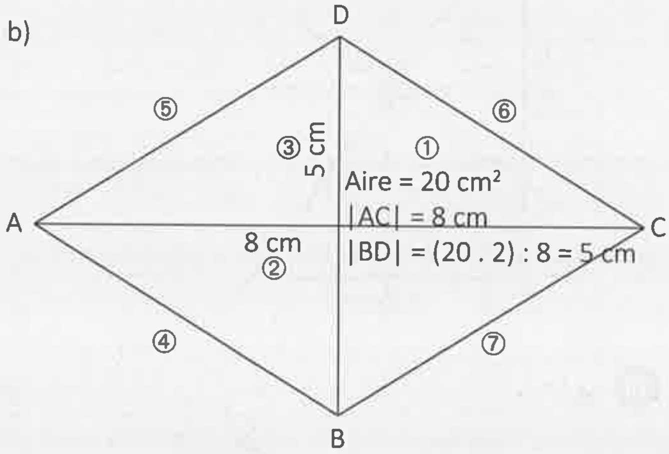
3° Construire le rectangle ABCD.
1° Tracer la diagonale [AC].
5° Construire b, la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$.
6° Nommer E, le point d'intersection de la droite b et du côté [AB].
8° Construire p, la droite perpendiculaire à [AC] passant par le point E.
7° Nommer F, le point d'intersection de la droite p et du côté [CD].
4° Nommer G, le milieu du segment [DF].
2° Construire le rectangle AHGD.

Transférer

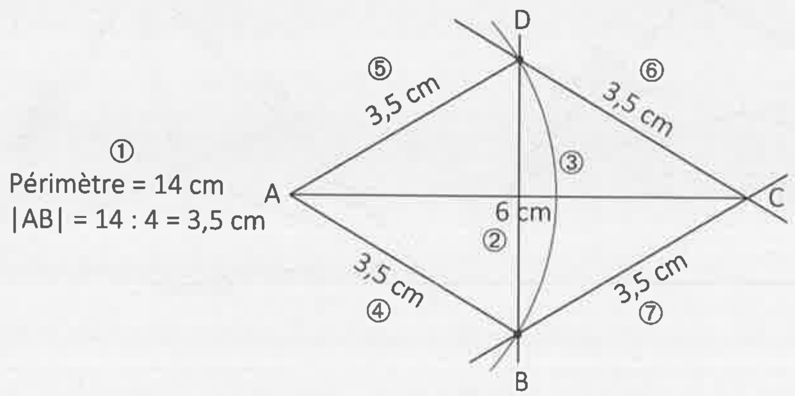
1 a)



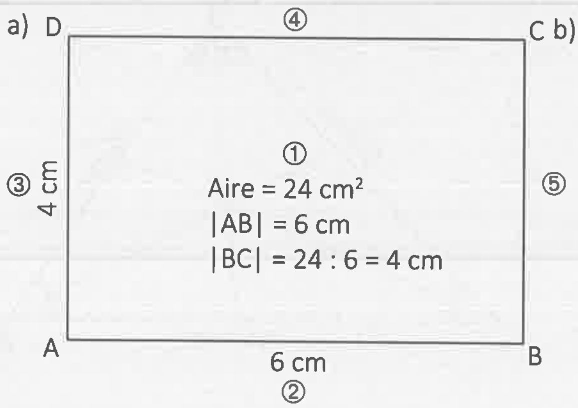
b)



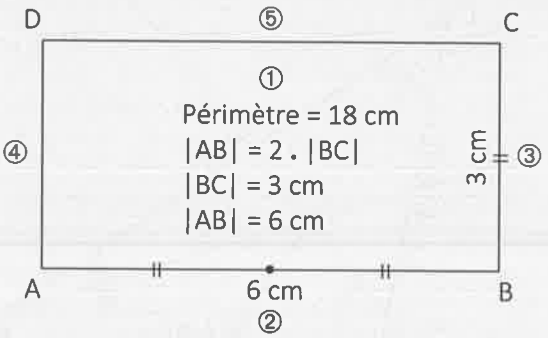
c)



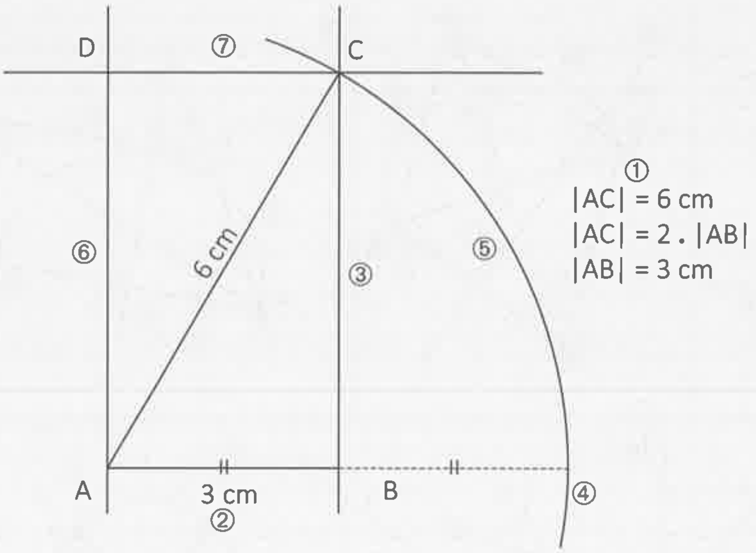
2 a)



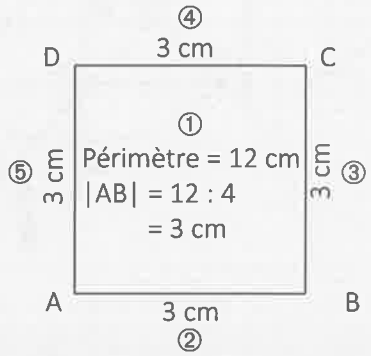
b)



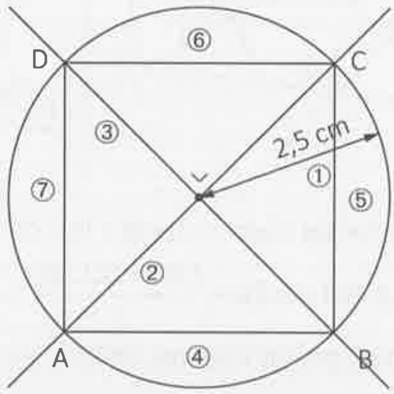
c)



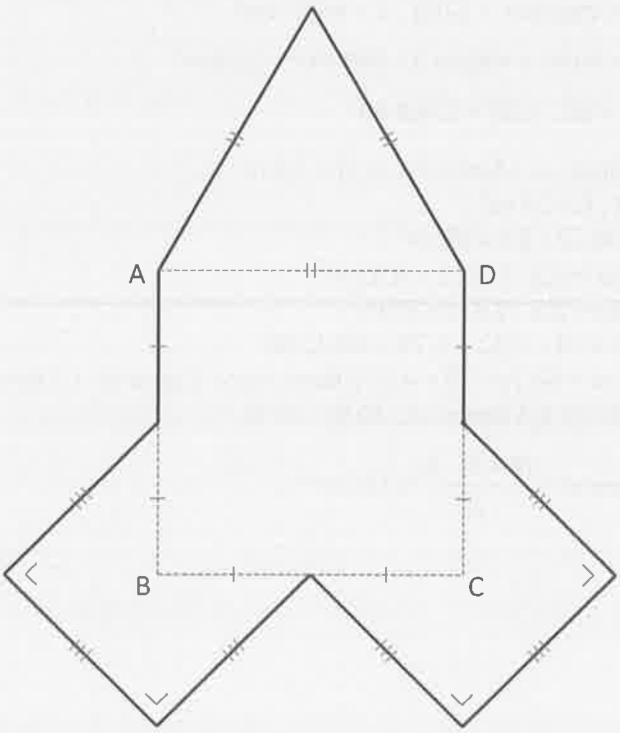
3 a)



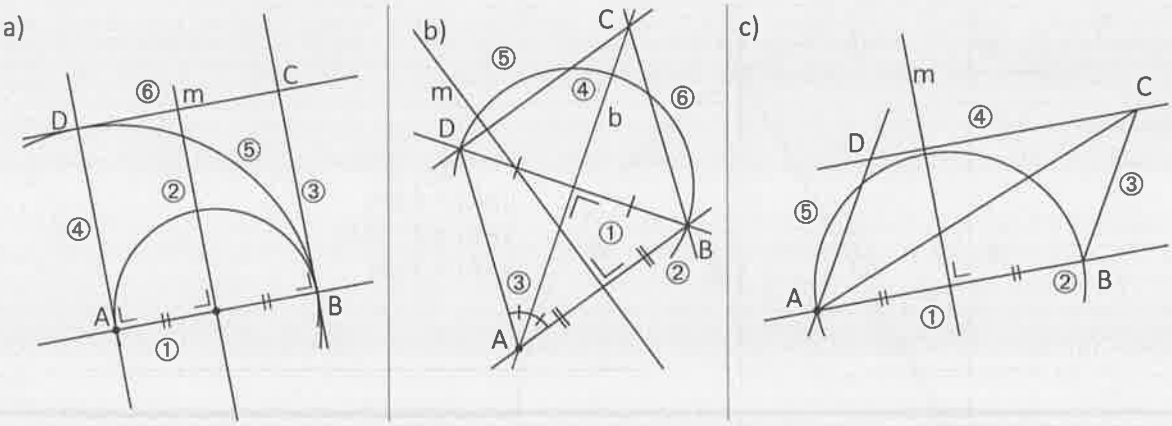
b)



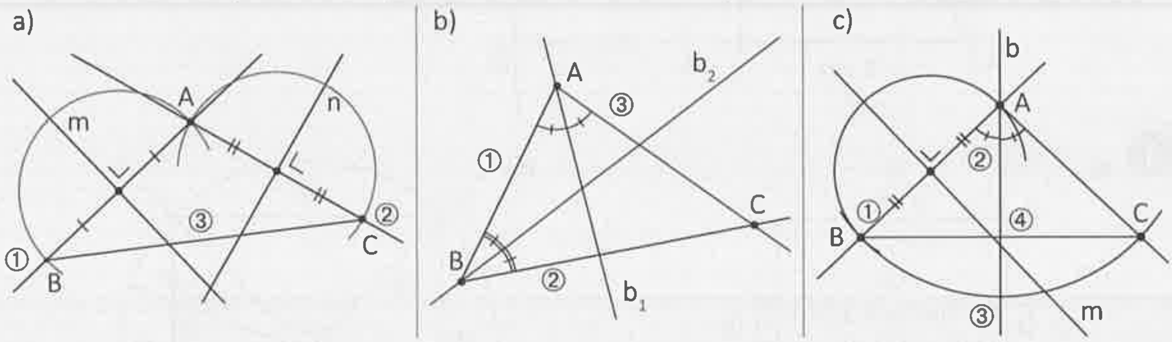
4 Si |AB| = 4 cm sachant que ABCD est un carré.



5



6



7 Aire du rectangle (paroi du fond) = 80 . 40 = 3200 cm²

Aire d'un grand trapèze = $\frac{(100 + 80) \cdot 45}{2}$ = 4050 cm²

Aire des deux grands trapèzes = 4050 . 2 = 8100 cm²

Aire d'un petit trapèze = $\frac{(60 + 40) \cdot 45}{2}$ = 2250 cm²

Aire des deux petits trapèzes = 2250 . 2 = 4500 cm²

Aire totale = 3200 + 8100 + 4500 = 15 800 cm² = 1,58 m²

Quantité de vernis = 80 . 1,58 = 126,4 ml

8 Dimensions de la pièce : L = 6 m, l = 4 m, h = 2,5 m
Aire du plafond = 4 . 6 = 24 m²
Aire latérale = (6 + 4) . 2 . 2,5 = 50 m²
Aire des deux portes = 2,2 . 0,8 . 2 = 3,52 m²
Aire de la baie vitrée = 2,5 . 2,3 = 5,75 m²
Aire à peindre = 24 + 50 – 3,52 – 5,75 = 64,73 m²
Quantité de peinture = 64,73 : 13 = 4,979 litres, donc 2 pots de 2,5 litres sont nécessaires.
Coût pour deux pots de 2,5 litres = 2 . 40 € = 80 €

9 Aire d'un grand trapèze = $\frac{(8 + 4) \cdot 3}{2}$ = 18 (cm²)

10 Mesure du côté de la figure 1 = 2 m

Mesure du côté des carrés du quadrillage
= 2 : 2 = 1 m

Aire de la figure 1 = $2 \cdot 2 = 4$ m²

Aire de la figure 2 = $\frac{(2+1) \cdot 2}{2} = 3$ m²

Aire de la figure 3 = $\frac{2 \cdot 2}{2} = 2$ m²

Aire de la figure 4 = $1 \cdot 2 = 2$ m²

Aire de la figure 5 = $3 \cdot 2 = 6$ m²

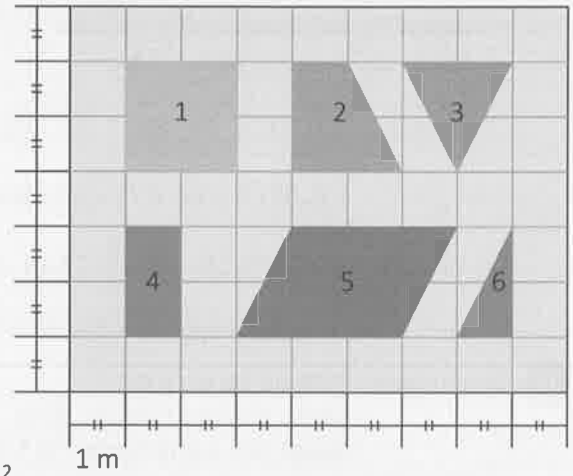
Aire de la figure 6 = $\frac{1 \cdot 2}{2} = 1$ m²

Aire totale du potager = 4 + 3 + 2 + 2 + 6 + 1 = 18 m²

Aire du jardin = $9 \cdot 7 = 63$ m²

Aire des chemins = 63 – 18 = 45 m²

Quantité de désherbant = 45 : 15 = 3 litres



11 Aire de la partie verte = $(\pi \cdot 1{,}5^2) - (\pi \cdot 0{,}5^2) = 7{,}065 - 0{,}785 = 6{,}28$ cm²

Aire de la partie mauve = $2 \cdot \left[(6 \cdot 6) - \left(\frac{\pi \cdot 6^2}{4}\right)\right] = 2 \cdot (36 - 28{,}26) = 2 \cdot 7{,}74 = 15{,}48$ cm²

Aire de la partie jaune = $6 \cdot 6 - (6{,}28 + 15{,}48) = 36 - 21{,}76 = 14{,}24$ cm²

12 Aire de la surface à recouvrir avec la lasure foncée (une couche) :
$(6 \cdot 4) - (4 \cdot 3) = 24 - 12 = 12$ m²

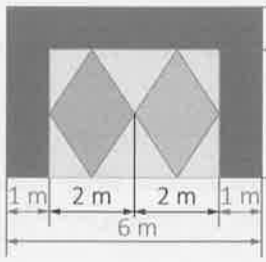
Quantité de lasure foncée = $(2 \cdot 12) : 8 = 3$ litres

Aire de la surface à recouvrir avec la lasure moyenne (une couche) :
$\frac{(2 \cdot 3)}{2} \cdot 2 = 6$ m²

Quantité de lasure moyenne : $(2 \cdot 6) : 8 = 1{,}5$ litres

Aire de la surface à recouvrir avec la lasure claire (une couche) :
$(4 \cdot 3) - 6 = 6$ m²

Quantité de lasure claire = $(2 \cdot 6) : 8 = 1{,}5$ litres



13 Le côté du carré MARE mesure 6 cm car $6^2 = 36$ (aire).

Aire MATH = aire MARE – aire HET – aire ART

$$= 36 - \frac{3 \cdot 3}{2} - \frac{3 \cdot 6}{2} = 36 - 4{,}5 - 9 = 22{,}5 \text{ cm}^2$$

14 Aire RATS = $1{,}5 \cdot 4 = 6$ cm²

Aire RUSE = $\frac{3 \cdot 4}{2} = 6$ cm²

15 a) Rayon du grand demi-cercle : 2 cm

Rayon de chaque petit demi-cercle : 0,5 cm

Périmètre = $\frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 3{,}14 \cdot 2) + 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5)\right) = 2 \cdot 3{,}14 + 2 \cdot 3{,}14 = 12{,}56$ cm

Aire colorée = $\frac{1}{2} \cdot (3{,}14 \cdot 2^2) - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(3{,}14 \cdot (0{,}5)^2\right)\right) = 3{,}14 \cdot 2 - 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}25$

Aire colorée $= 6{,}28 - 1{,}57 = 4{,}71$ cm²

b) Rayon du grand demi-cercle : 2 cm
Rayon du petit demi-cercle : 0,5 cm
Rayon du 3^e demi-cercle : 1,5 cm

$$\text{Périmètre} = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 3{,}14 \cdot 2) + \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5) + \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5)$$
$$= 6{,}28 + 1{,}57 + 4{,}71 = 12{,}56 \text{ cm}$$

$$\text{Aire colorée} = \frac{1}{2} \cdot (3{,}14 \cdot 2^2) - \frac{1}{2} \cdot (3{,}14 \cdot (0{,}5)^2) - \frac{1}{2} \cdot (3{,}14 \cdot (1{,}5)^2)$$
$$= 6{,}28 - 0{,}3925 - 3{,}5325 = 2{,}355 \text{ cm}^2$$

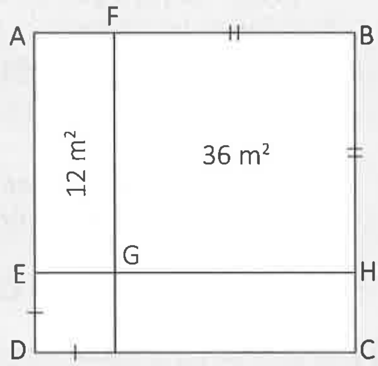
16 Dimensions : Côté du carré : 2 cm
Rayon du grand cercle : 1 cm
Rayon des petits cercles : 0,5 cm

a) Aire colorée = aire du carré – aire du grand cercle + aire de 2 petits cercles
$= 2^2 - 3{,}14 \cdot 1^2 + 2 \cdot (3{,}14 \cdot 0{,}5^2)$
$= 4 - 3{,}14 + 1{,}57 = 2{,}43 \text{ cm}^2$
Aire blanche = aire du carré – aire colorée
$= 4 - 2{,}43 = 1{,}57 \text{ cm}^2$
Conclusion : aire colorée > aire blanche

b) Aire colorée = $4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 = 3{,}14 \text{ cm}^2$
Aire blanche = aire du carré – aire colorée
$= 4 - 3{,}14 = 0{,}86 \text{ cm}^2$
Conclusion : aire colorée > aire blanche

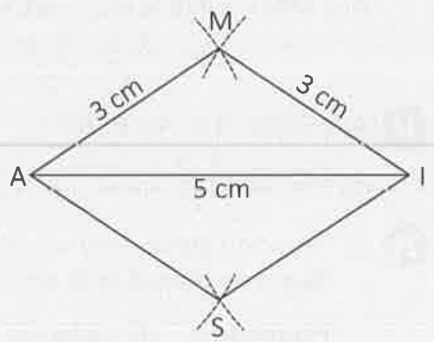
6

17 Pour détailler la solution, ajoutons les lettres E, F, G et H.

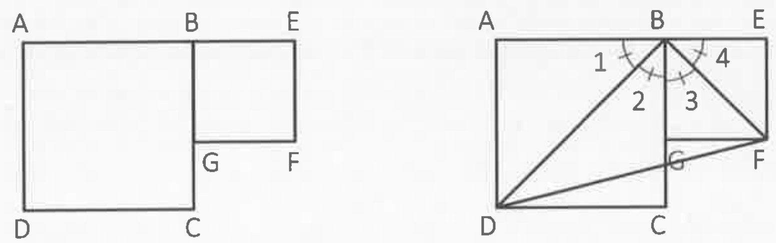


$$\underbrace{\begin{array}{l}\text{Aire du carré BFGH} = 36 \text{ cm}^2 \Rightarrow |FB| = 6 \text{ cm} \\ \text{Aire du rectangle AFGE} = 12 \text{ cm}^2 \text{ et } |FG| = 6 \text{ cm} \Rightarrow |AF| = 2 \text{ cm}\end{array}}$$
$\Downarrow$
$|AB| = 8$ cm
Périmètre du carré ABCD = $8 \cdot 4 = 32$ cm
Aire du carré ABCD = $8^2 = 64 \text{ cm}^2$

18 Si les côtés de même longueur mesurent 3 cm,
alors le troisième côté mesure 5 cm.
Mesures : $|MA| = |MI| = 4$ cm
Mesures : et $|AI| = 3$ cm
Périmètre du losange AMIS : 12 cm



19

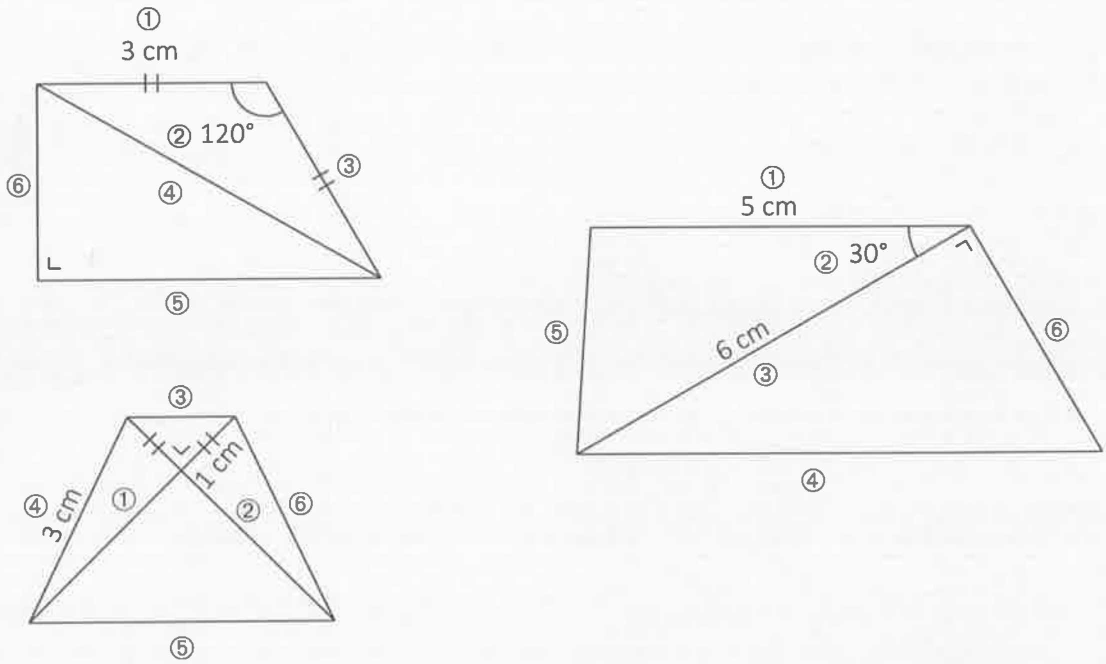


Le segment [DB] est une diagonale du carré ABCD, il est en même temps la bissectrice des angles $\hat{B}$ et $\hat{D}$. Les angles $\hat{B}_1$ et $\hat{B}_2$ ont donc la même amplitude : 45°.
Le segment [BF] est une diagonale du carré BEFG, il est en même temps la bissectrice des angles $\hat{B}$ et $\hat{F}$. Les angles $\hat{B}_3$ et $\hat{B}_4$ ont donc la même amplitude : 45°.

La somme des amplitudes de $\hat{B}_2$ et $\hat{B}_3$ est donc égale à 90°. Comme l'angle $\widehat{DBF}$ est un angle droit, le triangle DBF est rectangle en B.

Le triangle DBF est scalène car l'hypoténuse ([DF]) est toujours le côté le plus grand d'un triangle rectangle (DBF) et les côtés [BD] et [BF] n'ont pas la même longueur puisque les carrés ABCD et BEFG n'ont pas les mêmes dimensions.

20



21 Longueur de la clôture : 12 + 2 . 3,5 = 12 + 7 = 19 m
Largeur de la clôture : 8 + 2 . 3,5 = 8 + 7 = 15 m
Périmètre de la clôture : 2 . (19 + 15) – 1 = 2 . 34 – 1 = 68 – 1 = 67 m

22 Nombre de litres de peinture: 36 : 4 = 9 l
Nombre de pots : 9 : 3 = 3 l
Montant à payer : 3 . 45 = 135 €

23 Aire de la parcelle n°1 : 30 . 30 = 900 m²
Prix pour 1 m² de la parcelle n°1 : 75 600 : 900 = 84 €
Aire de la parcelle n°2 : 50 . 30 = 1500 m²
Prix de vente de la parcelle n°2 : 1500 . 84 = 126 000 €