

- 4 Ce problème est relativement simple, à condition de comprendre ce que signifie « sa valeur résiduelle ». En effet, la machine ne perd pas  $\frac{1}{5}$  de sa valeur chaque année, sinon, elle ne vaudrait plus rien après 5 ans. La « dévalorisation » de la machine est de  $\frac{1}{5}$  par rapport à sa valeur au début de l'année.

L'élève peut calculer successivement les fractions correspondant aux valeurs résiduelles de la machine à la fin de chaque année :

$$\text{Après 1 an : } 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Après 2 ans : } \frac{4}{5} - \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5} - \frac{4}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\text{Après 3 ans : } \frac{16}{25} - \frac{1}{5} \cdot \frac{16}{25} = \frac{16}{25} - \frac{16}{125} = \frac{64}{125}$$

$$\text{Après 4 ans : } \frac{64}{125} - \frac{1}{5} \cdot \frac{64}{125} = \frac{64}{125} - \frac{64}{625} = \frac{256}{625}$$

$$\text{Après 5 ans : } \frac{256}{625} - \frac{1}{5} \cdot \frac{256}{625} = \frac{256}{625} - \frac{256}{3125} = \frac{1024}{3125}$$

$$\text{Après 6 ans : } \frac{1024}{3125} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1024}{3125} = \frac{1024}{3125} - \frac{1024}{15\,625} = \frac{4096}{15\,625}$$

Il est évidemment plus simple de constater que chaque année la machine « conserve »  $\frac{4}{5}$  de sa valeur et d'utiliser la puissance

$$\left(\frac{4}{5}\right)^6 = \frac{4^6}{5^6} = \frac{4096}{15\,625}$$

Cette valeur vaut  $0,2621... \cong 26\%$ .

## Connaître

$$1 \text{ a) } \frac{3}{4} + \frac{5}{3} = \frac{9}{12} + \frac{20}{12} = \frac{29}{12}$$

$$b) \frac{3}{4} - \frac{5}{3} = \frac{9}{12} - \frac{20}{12} = -\frac{11}{12}$$

$$c) \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{4}{15}$$

$$d) \frac{3}{10} \cdot \frac{-8}{9} = -\frac{3 \cdot 8}{10 \cdot 9} = -\frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 3} = -\frac{4}{15}$$

$$e) \frac{3}{8} : \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 1} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 1} = \frac{3}{4}$$

$$2 \text{ a) Correcte}$$

$$b) \text{ Incorrecte, } \frac{3}{7} - \frac{-1}{3} = \frac{9}{21} + \frac{7}{21} = \frac{16}{21}$$

$$c) \text{ Incorrecte, } \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}$$

$$d) \text{ Incorrecte, } \frac{14}{9} : 5 = \frac{14}{9} : \frac{5}{1} = \frac{14}{9} \cdot \frac{1}{5} = \frac{14 \cdot 1}{9 \cdot 5} = \frac{14}{45}$$

$$e) \text{ Correcte}$$

$$f) \text{ Incorrecte, } \left(\frac{-5}{2}\right)^3 = \frac{(-5)^3}{2^3} = \frac{-125}{8}$$

$$3 \text{ a) } \frac{1}{2} \text{ est l'inverse de } 2.$$

$$c) \frac{-5}{7} \text{ est l'opposé de } \frac{5}{7}.$$

$$e) \frac{-11}{14} \text{ est l'inverse de } \frac{-14}{11}.$$

$$b) 3 \text{ est l'opposé de } -3.$$

$$d) \frac{3}{2} \text{ est l'inverse de } \frac{2}{3}.$$

$$f) \frac{5}{2} \text{ est l'inverse de } 0,4.$$

$$4 \text{ a) } 4 \quad \frac{1}{1} \quad \frac{4}{1} \quad \left(\frac{1}{4}\right)^1$$

$$b) -(-7) \quad 7$$

$$5 \quad -\frac{15}{17}$$

$$6 \text{ a) } -3 + \frac{1}{5}$$

$$b) \frac{1}{2+3}$$

$$c) -3 + \frac{1}{3}$$

$$d) -(5 \cdot 4)$$

$$e) \frac{1}{4 \cdot (-4)}$$

$$f) \frac{1}{4} \cdot (-3)$$

$$7 \text{ a) Vrai}$$

$$b) \text{ Faux, } \left(\frac{-1}{3}\right)^2 = \frac{(-1)^2}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$c) \text{ Faux, } \left(\frac{-5}{4}\right)^3 = \frac{(-5)^3}{4^3} = \frac{-125}{64}$$

$$d) \text{ Faux, } \left(\frac{-3}{2}\right)^5 = \frac{(-3)^5}{2^5} = \frac{-243}{32}$$

$$e) \text{ Vrai}$$

**Appliquer**

1

+	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{3}{4}$
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{9}{10}$	$-\frac{1}{4}$
$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{15}$	$-\frac{13}{12}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{5}$	$-\frac{7}{20}$
$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{13}{12}$	$-\frac{7}{20}$	$\frac{3}{2}$

·	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{5}{4}$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{5}{8}$
$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$-\frac{8}{15}$	$\frac{5}{6}$
$-\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{8}{15}$	$\frac{16}{25}$	-1
$\frac{5}{4}$	$-\frac{5}{8}$	$\frac{5}{6}$	-1	$\frac{25}{16}$

2

a)  $-\frac{2}{5}$   
 $-\frac{1}{14}$   
 $-\frac{19}{12}$   
 $-\frac{8}{15}$

b)  $\frac{11}{12}$   
 $-\frac{1}{10}$   
 $\frac{7}{15}$   
 $-\frac{1}{15}$

c)  $-\frac{5}{24}$   
 $\frac{1}{6}$   
 $-\frac{11}{105}$   
 $\frac{7}{48}$

d)  $\frac{13}{20}$   
 $-\frac{19}{45}$   
 $\frac{19}{16}$   
 $-\frac{2}{63}$

e)  $\frac{1}{4}$   
 $\frac{7}{33}$   
 $-\frac{19}{60}$   
 $-\frac{36}{35}$

3

$-\frac{6}{12} + \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = -\frac{7}{12}$

$\frac{3}{12} + \frac{24}{12} - \frac{16}{12} = \frac{11}{12}$

$-\frac{5}{20} + \frac{40}{20} - \frac{16}{20} = \frac{19}{20}$

4

a)  $\frac{29}{30}$   
 $\frac{13}{20}$   
 $-\frac{67}{60}$

b)  $\frac{59}{20}$   
 $-\frac{2}{3}$   
 $-\frac{37}{6}$

c)  $-\frac{23}{60}$   
 $-\frac{19}{5}$   
 $-\frac{51}{20}$

d)  $\frac{32}{15}$   
 $-\frac{63}{20}$   
 $-\frac{1}{4}$

5

a)  $\frac{1}{4} = 0,25$   
 $\frac{13}{20} = 0,65$

b)  $-\frac{1}{12}$   
 $-\frac{1}{30}$

c)  $-\frac{1}{5} = -0,2$   
 $-\frac{11}{300}$

d)  $-\frac{83}{36}$   
 $\frac{19}{8} = 2,375$

6

a)  $-\frac{1}{3}$   
 $-\frac{8}{3}$   
 $\frac{1}{12}$

b)  $\frac{3}{5}$   
 $-\frac{8}{9}$   
 $-\frac{1}{10}$

c) -14  
 $\frac{5}{3}$   
 $-\frac{11}{4}$

d)  $\frac{5}{12}$   
 $\frac{9}{10}$   
 $-\frac{24}{5}$

e)  $\frac{1}{18}$   
 $\frac{9}{10}$   
 $-\frac{36}{203}$

7

$-\frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 3 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{-7} \cdot \frac{-4}{-5} = -\frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 7 \cdot 5} = -\frac{24}{35}$

8 a)  $\frac{14}{135} - \frac{3}{200}$       b)  $\frac{72}{35} - \frac{21}{10}$       c)  $\frac{1}{10} - 2$       d)  $\frac{3}{5} - \frac{10}{3}$

9 a)  $\frac{1}{10} = 0,1$   
-1      b)  $\frac{-1}{2} - \frac{9}{10} = 0,9$       c) -1  
 $\frac{9}{40} = 0,225$       d)  $\frac{16}{21} - \frac{27}{25}$

10 a)  $\frac{625}{81} - \frac{9}{25} - \frac{8}{27}$       b)  $\frac{9}{16} - \frac{1}{81} - \frac{1}{1000}$       c)  $\frac{9}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{64}$       d)  $\frac{5}{8} - \frac{125}{8} - \frac{125}{8}$       e)  $\frac{125}{8} - \frac{125}{2} - \frac{125}{8}$       f)  $\frac{-9}{5} - \frac{9}{25} - \frac{3}{25}$

11 a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3$        $\left(\frac{-5}{2}\right)^3$        $\left(\frac{2}{5}\right)^3$        $\left(\frac{5}{3}\right)^2$  ou  $\left(\frac{-5}{3}\right)^2$        $\left(\frac{-2}{3}\right)^5$   
b)  $\left(\frac{1}{15}\right)^2$  ou  $\left(\frac{-1}{15}\right)^2$        $\left(\frac{3}{2}\right)^4$  ou  $\left(\frac{-3}{2}\right)^4$        $\left(\frac{-6}{5}\right)^3$        $\left(\frac{-4}{9}\right)^3$       Impossible

12 a)  $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$        $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$        $\left(\frac{-64}{27}\right) = \left(\frac{-4}{3}\right)^3$        $\frac{-8}{125} = \left(\frac{-2}{5}\right)^3$        $\left(\frac{4}{25}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^6$   
b)  $\left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{-1}{8}$        $\frac{-1}{1000} = \left(\frac{-1}{10}\right)^3$        $\frac{100}{9} = \left(\frac{10}{3}\right)^2$        $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^8$        $-0,008 = \left(\frac{-2}{10}\right)^3$

13

a	a <sup>2</sup>	-a <sup>2</sup>	(-a) <sup>2</sup>	a <sup>3</sup>	-a <sup>3</sup>	(-a) <sup>3</sup>
$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{25}$	$-\frac{4}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{8}{125}$	$-\frac{8}{125}$	$-\frac{8}{125}$
$-\frac{4}{3}$	$\frac{16}{9}$	$-\frac{16}{9}$	$\frac{16}{9}$	$-\frac{64}{27}$	$\frac{64}{27}$	$\frac{64}{27}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	$-\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{216}$	$-\frac{1}{216}$	$-\frac{1}{216}$

14

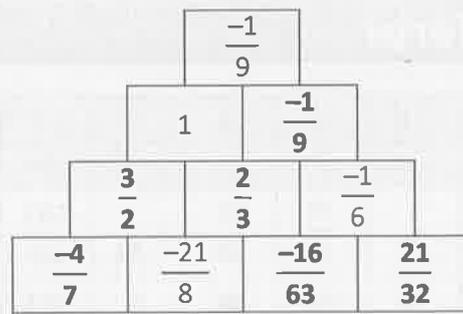
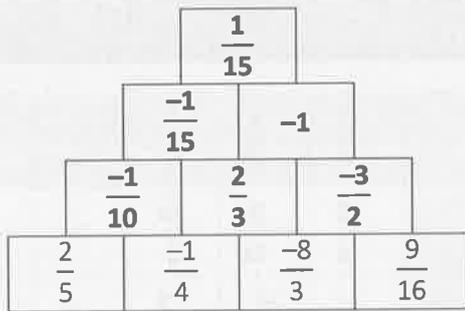
a	$\frac{3}{7}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{1}{5}$	7	-8	$-\frac{2}{5}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{7}{2}$	$1 + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$
-a	$-\frac{3}{7}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{5}$	-7	8	$\frac{2}{5}$	$-\frac{7}{4}$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{10}$
a <sup>-1</sup> = $\frac{1}{a}$	$\frac{7}{3}$	$-\frac{3}{4}$	5	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{5}{2}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{7}$	$\frac{2}{3}$	6	10

15 a)  $\frac{1}{2} - 2 - \frac{3}{5}$       b)  $\frac{2}{7} - 1 - \frac{5}{2}$       c)  $-\frac{1}{4} - \frac{2}{7} - \frac{4}{11}$

16 a)  $\frac{3}{10} - 12 - \frac{3}{10}$       b)  $\frac{-1}{6} - \frac{10}{7} - \frac{4}{3}$       c)  $\frac{1}{10} - \frac{5}{21} - \frac{5}{2}$       d)  $-\frac{15}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{4}$       e)  $\frac{9}{4} - 42 - \frac{117}{160}$

7

17



18

a)  $\frac{1}{4}$   
 $-25$   
 $\frac{4}{3}$

b)  $\frac{2}{5}$   
 $3$   
 $\frac{49}{4}$

c)  $\frac{-25}{8}$   
 $\frac{9}{16}$   
 $-1$

19

a)  $\frac{1}{18}$   
 $\frac{19}{24}$

b)  $\frac{4}{11}$   
 $20$

c)  $15$   
 $\frac{57}{112}$

d)  $\frac{70}{9}$   
 $\frac{65}{9}$

20

a)  $\frac{1}{5}$   
 $\frac{17}{60}$   
 $\frac{13}{5}$

b)  $\frac{31}{4}$   
 $\frac{31}{6}$   
 $\frac{27}{8}$

c)  $\frac{-11}{20}$   
 $\frac{17}{35}$   
 $\frac{1}{9}$

d)  $\frac{13}{10}$   
 $\frac{5}{6}$   
 $\frac{-2}{9}$

21

a)  $\frac{1}{2}$   
 $\frac{11}{8}$

b)  $\frac{-56}{25}$   
 $\frac{5}{6}$

c)  $\frac{3}{2}$   
 $6$

d)  $\frac{64}{45}$   
 $\frac{-81}{64}$

e)  $\frac{218}{75}$   
 $\frac{81}{32}$

22

a)  $\frac{-8}{27}$   
 $\frac{1}{64}$   
 $\frac{9}{100}$   
 $\frac{25}{81}$   
 $\frac{4}{9}$

b)  $\frac{5}{12}$   
 $\frac{23}{90}$   
 $\frac{11}{9}$   
 $\frac{1}{9}$   
 $\frac{77}{90}$

c)  $\frac{1}{6}$   
 $\frac{-5}{36}$   
 $\frac{10}{27}$   
 $\frac{6}{5}$   
 $\frac{6}{5}$

d)  $\frac{17}{10}$   
 $\frac{4}{9}$   
 $\frac{19}{20}$   
 $\frac{25}{12}$   
 $\frac{5}{5}$   
 $\frac{19}{6}$

e)  $\frac{11}{54}$   
 $\frac{1}{18}$   
 $\frac{-55}{36}$   
 $\frac{-110}{27}$   
 $\frac{24}{29}$

23

a)  $\frac{7}{3}$       b)  $\frac{21}{10}$       c)  $\frac{-73}{100}$       d)  $\frac{-238}{15}$       e)  $\frac{-59}{35}$       f)  $0$

24

a)  $\frac{25}{4}$       b)  $\frac{-383}{125}$       c)  $\frac{22}{9}$       d)  $\frac{11}{4}$       e)  $\frac{53}{25}$       f)  $-11$       g)  $\frac{-102}{25}$       h)  $\frac{-97}{27}$

## Transférer

1

+	$-\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{13}{15}$	$-\frac{11}{12}$	$\frac{17}{20}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{19}{12}$	$\frac{17}{10}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{101}{60}$
$\frac{5}{3}$	1	$\frac{29}{12}$	$\frac{38}{15}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{151}{60}$
$-\frac{1}{8}$	$-\frac{19}{24}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{89}{120}$	$-\frac{25}{24}$	$\frac{29}{40}$
$-\frac{41}{30}$	$-\frac{61}{30}$	$-\frac{37}{60}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{137}{60}$	$-\frac{31}{60}$
$\frac{19}{12}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{49}{20}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{73}{30}$

·	$-\frac{5}{4}$	$-\frac{6}{11}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{3}{4}$	-4
$\frac{8}{3}$	$\frac{10}{3}$	$-\frac{16}{11}$	$\frac{28}{3}$	2	$-\frac{32}{3}$
$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{55}$	$-\frac{7}{10}$	$-\frac{3}{20}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{5}{7}$	$-\frac{25}{28}$	$-\frac{30}{77}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{15}{28}$	$-\frac{20}{7}$
$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{11}$	$-\frac{7}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{8}{3}$
$-\frac{7}{12}$	$\frac{35}{48}$	$\frac{7}{22}$	$-\frac{49}{24}$	$-\frac{7}{16}$	$\frac{7}{3}$

2

$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{30}$
$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{15}$

$$S = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{12}$
$-\frac{5}{24}$	$-\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8}$
0	$\frac{1}{24}$	$-\frac{1}{6}$

$$S = -\frac{1}{8}$$

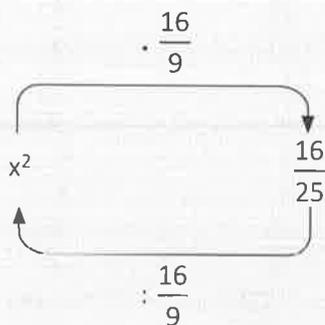
$-\frac{1}{60}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{20}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{30}$	$-\frac{1}{30}$
$\frac{1}{60}$	0	$\frac{1}{12}$

$$S = \frac{1}{10}$$

3 On appelle x le carré du nombre recherché.

$$x^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

Graphe



$$x^2 = \frac{16}{25} : \frac{16}{9} = \frac{16}{25} \cdot \frac{9}{16} = \frac{9}{25}$$

Le nombre recherché est  $\frac{3}{5}$ , c'est le seul nombre positif dont  $\frac{9}{25}$  est le carré.

4 Part du nombre total d'élèves que les 60 élèves apprenant le néerlandais et l'anglais représentent :

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{15}{15} - \frac{5}{15} - \frac{3}{15} - \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Nombre total d'élèves :  $60 : 2 \cdot 5 = 30 \cdot 5 = 150$  élèves

- 5 Part du total des participants que représentent les sympathisants du club de jogging :

$$1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{30}{30} - \frac{18}{30} - \frac{5}{30} = \frac{7}{30}$$

Part du total des participants que représentent les sympathisants des clubs de basket et jogging :

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

Part des sympathisants du club de jogging si le club de football ne s'associe pas au souper :

$$\frac{7}{30} : \frac{2}{5} = \frac{7}{30} \cdot \frac{5}{2} = \frac{7}{12}$$

- 6 Part de la population totale que représentent les élèves du 3<sup>e</sup> degré :

$$\frac{3}{7} : 2 = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{14}$$

Part de la population totale que représentent les élèves des 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> degrés :

$$\frac{3}{7} + \frac{3}{14} = \frac{6}{14} + \frac{3}{14} = \frac{9}{14}$$

Part de la population totale que représentent les élèves du 2<sup>e</sup> degré :

$$1 - \frac{9}{14} = \frac{5}{14}$$

Nombre total d'élèves de l'établissement :  $65 : 5 \cdot 14 = 13 \cdot 14 = 182$  élèves

- 7 a) Fraction de la longueur du jardin parcourue lors de la 4<sup>e</sup> heure :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \text{ ou } \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

b) Fraction du jardin parcourue après 4 heures :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

Fraction du jardin qu'il lui reste à parcourir :  $1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16}$

- 8 La bouteille de Belgolait contient moins de lait que celle de Biolait, car  $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} < \frac{9}{10}$ .

Julie va vider la bouteille de Belgolait.

Nombre de litre(s) nécessaire(s) après avoir vidé la bouteille de Belgolait :

$$\frac{3}{2} - \frac{4}{5} = \frac{15}{10} - \frac{8}{10} = \frac{7}{10}$$

Fraction du contenu de la bouteille de Biolait à utiliser :  $\frac{7}{10} : \frac{9}{10} = \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{9} = \frac{7}{9}$

