3

Connaître

1 a) Faux, car le reste doit toujours être plus petit que le diviseur.
b) Faux, car le reste 12 est plus grand que le diviseur 7.
c) Vrai, car si le dividende est multiple du diviseur, on peut écrire $a = d \cdot q$. Le reste est donc nul et le quotient exact.

2

Égalité	Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
$48 = 9 \cdot 5 + 3$	48	9 ou 5	5 ou 9	3
$20 = 2 \cdot 8 + 4$	20	8	2	4
$64 = 7 \cdot 8 + 8$				
$241 = 12 \cdot 19 + 13$	241	19	12	13
$25 = 5 \cdot 4 + 5$				

3 a) $3n$ c) $5n - 2$ e) $7n$ et $7n + 7$ ou $7n$ et $7 \cdot (n + 1)$
b) $2n$ d) $(2n)^3$ f) $2n + 1$, $2n + 3$ et $2n + 5$

4 a) Vrai, car $32 = 8 \cdot 4$
Vrai, car $72 = 3 \cdot 24$
Faux, car $222 = 22 \cdot 10 + 2$

b) Vrai, car $900 = 75 \cdot 12$
Vrai, car $1372 = 14 \cdot 98$
Faux, car $40 = 12 \cdot 3 + 4$

c) Vrai, car $0 = 5 \cdot 0$
Faux, car $2000 = 800 \cdot 2 + 400$
Vrai, car $91 = 7 \cdot 13$

5 a) Vrai, car 16 et 21 n'admettent que 1 comme diviseur commun.
b) Faux, car 15 et 55 admettent 1 et 5 comme diviseurs communs.
c) Vrai, car 13 et 50 n'admettent que 1 comme diviseur commun.
d) Vrai, car 8 et 25 n'admettent que 1 comme diviseur commun.
e) Vrai, car 17 et 23 n'admettent que 1 comme diviseur commun.
f) Faux, car 13 et 52 admettent 1 et 13 comme diviseurs communs.
g) Faux, car 18 et 63 admettent 1, 3 et 9 comme diviseurs communs.

6 a) Faux, car 8 et 9 sont deux nombres premiers entre eux et non premiers.
b) Vrai, car un nombre premier n'admet que deux diviseurs distincts. Deux nombres premiers n'auront que 1 comme diviseur commun, ils seront donc premiers entre eux.
c) Vrai, car un nombre impair n'est pas divisible par 2.
d) Faux, car 3 et 6 ne sont pas premiers entre eux et 6 est un nombre pair.
e) Faux, car 8 et 25 sont deux nombres non premiers dont le PGCD vaut 1.
f) Faux, car 1 et 6 sont deux nombres non premiers dont le PPCM vaut 6.
g) Faux, car 6 et 12 sont deux nombres non premiers entre eux dont le PPCM vaut 12.
h) Vrai, car les quotients de deux nombres par leur PGCD n'admettent que 1 comme diviseur commun. Ces quotients sont donc premiers entre eux.
i) Faux, car 15 et 21 sont deux nombres dont le PPCM vaut 105. Leurs triples, 45 et 63 sont deux nombres dont le PPCM vaut 315 et 315 n'est pas le sextuple de 105.

7 a) Faux, car 10 et 6 ne sont pas des nombres premiers entre eux.
b) Vrai, car 4 et 9 sont deux nombres premiers entre eux.
c) Faux, car 8 et 12 ne sont pas des nombres premiers entre eux.

8 a) Un nombre est divisible par 15, s'il est divisible par 3 et par 5, nombres premiers entre eux.

b) Un nombre est divisible par 45, s'il est divisible par 5 et par 9, nombres premiers entre eux.

c) Un nombre est divisible par 60, s'il est divisible par 3 et par 20, nombres premiers entre eux.
Un nombre est divisible par 60, s'il est divisible par 4 et par 15, nombres premiers entre eux.
Un nombre est divisible par 60, s'il est divisible par 5 et par 12, nombres premiers entre eux.

d) Un nombre est divisible par 72, s'il est divisible par 9 et par 8, nombres premiers entre eux.

9 a) Vrai, car 50 : 25 = **2**; 75 : 25 = **3** et 2 et 3 sont des nombres premiers entre eux.
Faux, car 60 : 10 = **6**; 90 : 10 = **9** et 6 et 9 ne sont pas des nombres premiers entre eux.
Vrai, car 56 : 7 = **8**; 63 : 7 = **9** et 8 et 9 sont des nombres premiers entre eux.
Faux, car 63 : 7 = **9**; 42 : 7 = **6** et 9 et 6 ne sont pas des nombres premiers entre eux.

b) Vrai, car 150 : 50 = **3**; 150 : 75 = **2** et 3 et 2 sont des nombres premiers entre eux.
Faux, car 48 : 8 = **6**; 48 : 12 = **4** et 6 et 4 ne sont pas des nombres premiers entre eux.
Vrai, car 72 : 24 = **3**; 72 : 36 = **2** et 2 et 3 sont des nombres premiers entre eux.
Faux, car 600 : 15 = **40**; 600 : 40 = **15** et 40 et 15 ne sont pas des nombres premiers entre eux.

10 a) Le PGCD de 38 et de 114 est 38, car 114 est multiple de 38 et si l'un des deux nombres est multiple de l'autre, alors leur PGCD est le plus petit des deux nombres.

b) Le PPCM de 21 et de 63 est 63, car 63 est multiple de 21 et si l'un des deux nombres est multiple de l'autre, alors leur PPCM est le plus grand des deux nombres.

c) Le PGCD de 12 et de 25 est 1, car 12 et 25 sont premiers entre eux et si deux nombres sont premiers entre eux, alors leur PGCD est 1.

d) Le PGCD de 25 et de 32 est 1, car 25 et 32 sont premiers entre eux et si deux nombres sont premiers entre eux, alors leur PGCD est 1.

e) Le PPCM de 12 et de 13 est 156, car 12 et 13 sont premiers entre eux et si deux nombres sont premiers entre eux, alors leur PPCM est égal au produit des deux nombres.

f) Le PPCM de 32 et de 8 est 32, car 32 est multiple de 8 et si l'un des deux nombres est multiple de l'autre, alors leur PPCM est le plus grand des deux nombres.

Appliquer

1

a) 1 h 19 min	c) 4 h 07 min	e) 7 h 40 min	g) 20 h 24 min
b) 2 h 22 min	d) 5 h 13 min	f) 10 h 21 min	h) 22 h

2

a) **245** = 30 **.** 8 + 5	b) 45 = **6 .** 7 + **3**	c) 89 = **8 .** 11 + **1**
135 = 25 **. 5** + **10**	71 = 34 **. 2** + **3**	142 = 99 **. 1** + **43**

3

a) **2342** = 137 **.** 17 + 13	b) 12 345 = 745 **. 16** + **425**	c) 1240 = **65 .** 19 + **5**
296 = 17 **. 17** + **7**	7456 = **95 .** 78 + **46**	3588 = 46 **. 78** + **0**

4 a) 125 = **110 . 1** + 15
125 = **55 . 2** + 15
125 = **22 . 5** + 15
125 = **11 . 10** + 15 (non)

71 = **66 . 1** + 5
71 = **33 . 2** + 5
71 = **22 . 3** + 5
71 = **11 . 6** + 5

b) 101 = **90 . 1** + 11
101 = **45 . 2** + 11
101 = **30 . 3** + 11
101 = **18 . 5** + 11
101 = **15 . 6** + 11
101 = **10 . 9** + 11 (non)

82 = **46 . 1** + 36
82 = **23 . 2** + 36 (non)

c) 142 = **120 . 1** + 22
142 = **60 . 2** + 22
142 = **40 . 3** + 22
142 = **30 . 4** + 22
142 = **24 . 5** + 22
142 = **20 . 6** + 22 (non)
142 = **15 . 8** + 22 (non)
142 = **12 . 10** + 22 (non)

21 = **18 . 1** + 3
21 = **9 . 2** + 3
21 = **6 . 3** + 3

5

a	d	q	r
70	8	**8**	**6**
37	5	7	2

a	d	q	r
120	**8**	15	**0**
18	**17**	**1**	1

a	d	q	r
131	18	7	5
450	85	**5**	**25**

a	d	q	r
530	6	**88**	**2**
297	**11**	27	**0**

6 a) a = 5 . 12 + r
Le reste peut prendre 0, 1, 2, 3 et 4 comme valeurs. Les dividendes possibles sont donc
60 (5 . 12 + 0), 61 (5 . 12 + 1), 62 (5 . 12 + 2), 63 (5 . 12 + 3) et 64 (5 . 12 + 4).

b) 62 = d . q + 6 ⇒ d . q = 56 (avec d > 6)
Les diviseurs de 56 supérieurs à 6 sont 7, 8, 14, 28 et 56, les quotients possibles sont :
q = 56 : 7 = **8**, q = 56 : 8 = **7**, q = 56 : 14 = **4**, q = 56 : 28 = **2**, q = 56 : 56 = **1**

c) a = 6 . q + 3 (a < 30)
Les dividendes possibles sont :
a = 6 . 0 + 3 = **3** a = 6 . 1 + 3 = **9** a = 6 . 2 + 3 = **15** a = 6 . 3 + 3 = **21** a = 6 . 4 + 3 = **27**

d) a = 9 . q + 3 (40 < a < 50)
Le dividende est : a = 9 . 5 + 3 = **48**

7 a) $8 < \frac{59}{7} < 9$ $3 < \frac{29}{8} < 4$ $3 < \frac{127}{35} < 4$ $2 < \frac{143}{60} < 3$

b) $5 < \frac{253}{46} < 6$ $7 < \frac{642}{87} < 8$ $13 < \frac{872}{66} < 14$ $2 < \frac{1452}{567} < 3$

8 a) 17 = 21 . **0** + **17** 70 = 25 . **2** + **20** 59 = 8 . **7** + **3** 201 = 5 . **40** + **1** 71 = 20 . **3** + **11**

b) 178 = 69 . **2** + **40** 254 = 52 . **4** + **46** 154 = 37 . **4** + **6** 124 = 100 . **1** + **24** 265 = 45 . **5** + **40**

9 a) n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 46 Les nombres sont 10, 11, 12 et 13.

b) 6n + (6n + 6) = 90 Les nombres sont 42 et 48.

c) 3n + (3n + 3) = 99 Les nombres sont 48 et 51.

d) 2n + (2n + 2) + (2n + 4) = 102 Les nombres sont 32, 34 et 36.

10 2n est un nombre pair, car 2n = 2 . n et n est un nombre naturel.
2n + 4 est un nombre pair, car 2n + 4 = 2 . (n + 2) et n + 2 est un nombre naturel.
2n + 5 n'est pas un nombre pair, car 2n + 5 = 2 . (n + 2,5) et n + 2,5 n'est pas un nombre naturel.
2n – 1 n'est pas un nombre pair, car 2n – 1 = 2 . (n – 0,5) et n – 0,5 n'est pas un nombre naturel.
2n – 7 n'est pas un nombre pair, car 2n – 7 = 2 . (n – 3,5) et n – 3,5 n'est pas un nombre naturel.
2n + 8 est un nombre pair, car 2n + 8 = 2 . (n + 4) et n + 4 est un nombre naturel.
2n + 2n + 1 n'est pas un nombre pair, car 2n + 2n + 1 = 4n + 1 = 2 . (2n + 0,5) et 2n + 0,5 n'est pas un nombre naturel.
2n + 2n + 8 est un nombre pair, car 2n + 2n + 8 = 4n + 8 = 2 . (2n + 4) et 2n + 4 est un nombre naturel.

$2n + 5 - n$ n'est pas un nombre pair, car $2n + 5 - n = n + 5 = 2 \cdot (0{,}5n + 2{,}5)$ et $0{,}5n + 2{,}5$ n'est pas un nombre naturel.

$2n + 7$ n'est pas un nombre pair, car $2n + 7 = 2 \cdot (n + 3{,}5)$ et $n + 3{,}5$ n'est pas un nombre naturel.

$2n - n$ n'est pas un nombre pair, car $2n - n = n = 2 \cdot 0{,}5n$ et $0{,}5n$ n'est pas un nombre naturel.

$n + 3n$ est un nombre pair, car $n + 3n = 4n = 2 \cdot 2n$ et $2n$ est un nombre naturel.

11 a) $12n$ est un multiple de 3, car $12n = 3 \cdot 4n$ et $4n$ est un nombre naturel.

b) $3n + 4$ n'est pas un multiple de 3, car $3n + 4 = 3 \cdot \left(n + \frac{4}{3}\right)$ et $n + \frac{4}{3}$ n'est pas un nombre naturel.

c) $2n + 3$ n'est pas un nombre pair, car $2n + 3 = 2 \cdot (n + 1{,}5)$ et $n + 1{,}5$ n'est pas un nombre naturel.

d) $9n + 27$ est un multiple de 9, car $9n + 27 = 9 \cdot (n + 3)$ et $n + 3$ est un nombre naturel.

e) $5n + 35$ est un multiple de 5, car $5n + 35 = 5 \cdot (n + 7)$ et $n + 7$ est un nombre naturel.

f) $4n + 12$ est un multiple de 4, car $4n + 12 = 4 \cdot (n + 3)$ et $n + 3$ est un nombre naturel.

12 a) $3n + (3n + 3) + (3n + 6) = 3n + 3n + 3 + 3n + 6 = 9n + 9 = 9 \cdot (n + 1)$ et $n + 1$ est un nombre naturel.

b) $(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + (2n + 7) = 2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5 + 2n + 7 = 8n + 16 = 2 \cdot (4n + 8)$ et $4n + 8$ est un nombre naturel.

c) $2n + (2n + 2) + (2n + 4) = 2n + 2n + 2 + 2n + 4 = 6n + 6 = 6 \cdot (n + 1)$ et $n + 1$ est un nombre naturel.

d) $(2n)^2 = 4n^2 = 2 \cdot 2n^2$ et $2n^2$ est un nombre naturel.

13 a) Un multiple de 3 est un multiple de 6 s'il est en même temps multiple de 2.

b) Un multiple de 5 est un multiple de 30 s'il est en même temps multiple de 6.

c) Un multiple de 15 est un multiple de 3 et de 5.
Un multiple de 24 est un multiple de 3 et de 8.
Donc, un multiple de 15 est un multiple de 24 s'il est un multiple de 8.

d) Un multiple de 27 est un multiple de 9.
Un multiple de 36 est un multiple de 9 et de 4.
Donc, un multiple de 27 est un multiple de 36 s'il est un multiple de 4.

14 a)

Nombres	PGCD	PPCM
15 et 60	15	60
12 et 16	4	48
17 et 51	17	51
20 et 33	1	660
27 et 108	27	108

b)

Nombres	PGCD	PPCM
32 et 256	32	256
25 et 45	5	225
11 et 264	11	264
9 et 146	1	1314
13 et 338	13	338

15 a) $160 = 2^5 \cdot 5$; $96 = 2^5 \cdot 3$; PGCD $= 2^5 = 32$

b) $96 = 2^5 \cdot 3$; $72 = 2^3 \cdot 3^2$; PGCD $= 2^3 \cdot 3 = 24$

c) $165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$; $550 = 2 \cdot 5^2 \cdot 11$; PGCD $= 5 \cdot 11 = 55$

d) $225 = 3^2 \cdot 5^2$; $525 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7$; PGCD $= 3 \cdot 5^2 = 75$

e) $108 = 2^2 \cdot 3^3$; $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; PGCD $= 2^2 \cdot 3^2 = 36$

f) $432 = 2^4 \cdot 3^3$; $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$; PGCD $= 2^4 \cdot 3 = 48$

16 a) $40 = 2^3 . 5$, $16 = 2^4$; PPCM $= 2^4 . 5 = 80$

b) $90 = 2 . 3^2 . 5$, $168 = 2^3 . 3 . 7$; PPCM $= 2^3 . 3^2 . 5 . 7 = 2520$

c) $80 = 2^4 . 5$, $90 = 2 . 3^2 . 5$; PPCM $= 2^4 . 3^2 . 5 = 720$

d) $216 = 2^3 . 3^3$, $297 = 3^3 . 11$; PPCM $= 2^3 . 3^3 . 11 = 2376$

e) $450 = 2 . 3^2 . 5^2$, $120 = 2^3 . 3 . 5$; PPCM $= 2^3 . 3^2 . 5^2 = 1800$

f) $1098 = 2 . 3^2 . 61$, $280 = 2^3 . 5 . 7$; PPCM $= 2^3 . 3^2 . 5 . 7 . 61 = 153\,720$

17 a) $\frac{24}{36} = \frac{34 : \mathbf{12}}{36 : \mathbf{12}} = \frac{2}{3}$ $\quad \frac{16}{24} = \frac{16 : \mathbf{8}}{24 : \mathbf{8}} = \frac{2}{3}$ $\quad \frac{25}{35} = \frac{25 : \mathbf{5}}{35 : \mathbf{5}} = \frac{5}{7}$

$\frac{77}{66} = \frac{77 : \mathbf{11}}{66 : \mathbf{11}} = \frac{7}{6}$ $\quad \frac{125}{100} = \frac{125 : \mathbf{25}}{100 : \mathbf{25}} = \frac{5}{4}$

b) $\frac{42}{63} = \frac{42 : \mathbf{21}}{63 : \mathbf{21}} = \frac{2}{3}$ $\quad \frac{18}{35} = \frac{18}{35}$ $\quad \frac{180}{240} = \frac{180 : \mathbf{60}}{240 : \mathbf{60}} = \frac{3}{4}$

$\frac{350}{275} = \frac{350 : \mathbf{25}}{275 : \mathbf{25}} = \frac{14}{11}$ $\quad \frac{64}{320} = \frac{64 : \mathbf{64}}{320 : \mathbf{64}} = \frac{1}{5}$

18 a) $\frac{2}{9}$ et $\frac{5}{6} \Rightarrow \frac{4}{\mathbf{18}}$ et $\frac{15}{\mathbf{18}}$ $\quad \frac{2}{9}$ et $\frac{5}{3} \Rightarrow \frac{2}{\mathbf{9}}$ et $\frac{15}{\mathbf{9}}$ $\quad \frac{3}{50}$ et $\frac{7}{60} \Rightarrow \frac{18}{\mathbf{300}}$ et $\frac{35}{\mathbf{300}}$

$\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{15} \Rightarrow \frac{45}{\mathbf{60}}$ et $\frac{8}{\mathbf{60}}$ $\quad \frac{2}{7}$ et $\frac{5}{6} \Rightarrow \frac{12}{\mathbf{42}}$ et $\frac{35}{\mathbf{42}}$

b) $\frac{2}{9}$ et $\frac{5}{8} \Rightarrow \frac{16}{\mathbf{72}}$ et $\frac{45}{\mathbf{72}}$ $\quad \frac{5}{24}$ et $\frac{7}{12} \Rightarrow \frac{5}{\mathbf{24}}$ et $\frac{14}{\mathbf{24}}$ $\quad \frac{7}{11}$ et $\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{42}{\mathbf{66}}$ et $\frac{11}{\mathbf{66}}$

$\frac{1}{24}$ et $\frac{5}{36} \Rightarrow \frac{3}{\mathbf{72}}$ et $\frac{10}{\mathbf{72}}$ $\quad \frac{1}{25}$ et $\frac{1}{75} \Rightarrow \frac{3}{\mathbf{75}}$ et $\frac{1}{\mathbf{75}}$

19 PPCM (a , b) $= \frac{a . b}{\text{PGCD (a , b)}}$

a) PPCM (44 , 55) $= \frac{{}^{4}\cancel{44} . 55}{{}_{1}\cancel{11}} = 220$ $\quad$ b) PPCM (100 , 75) $= \frac{{}^{4}\cancel{100} . 75}{{}_{1}\cancel{25}} = 300$

c) PPCM (54 , 36) $= \frac{{}^{3}\cancel{54} . 36}{{}_{1}\cancel{18}} = 108$ $\quad$ d) PPCM (64 , 80) $= \frac{{}^{4}\cancel{64} . 80}{{}_{1}\cancel{16}} = 320$

e) PPCM (120 , 300) $= \frac{{}^{2}\cancel{120} . 300}{{}_{1}\cancel{60}} = 600$

Transférer

1 a) Le reste peut prendre comme valeurs 0, 1, 2, 3, 4 et 5. Si le quotient est égal au reste, les dividendes possibles sont 0 (6 . 0 + 0), 7 (6 . 1 + 1), 14 (6 . 2 + 2), 21 (6 . 3 + 3), 28 (6 . 4 + 4) et 35 (6 . 5 + 5).

b) Le reste peut prendre comme valeurs 0, 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Le reste doit être égal au double du quotient, il faut donc écarter 1, 3 et 5 dont la moitié n'est pas un nombre naturel. Les dividendes possibles sont 0 (7 . 0 + 0), 9 (7 . 1 + 2), 18 (7 . 2 + 4) et 27 (7 . 3 + 6).

c) Le reste peut prendre comme valeurs 0, 1 et 2. Si le quotient est égal au quadruple du reste, les dividendes possibles sont 0 (3 . 0 + 0), 13 (3 . 4 + 1) et 26 (3 . 8 + 2).

2 On cherche le PGCD de 220 et de 308.

$220 = 2^2 . 5 . 11$

$308 = 2^2 . 7 . 11$

PGCD $(220 , 308) = 2^2 . 11 = 44$

Le diviseur est 44.

3 a) Le quotient devient trois fois plus petit.

b) Le quotient devient six fois plus grand.

c) Le quotient devient deux fois plus petit.

d) Le quotient devient quatre fois plus grand.

e) Le quotient reste inchangé.

f) Le quotient reste inchangé.

g) Le quotient devient six fois plus grand.

4 a) $312 = 37 . q + r \Rightarrow$ le quotient vaut 8 et le reste 16.

b) Pour que le quotient reste inchangé, le plus grand nombre que l'on peut ajouter à 312 est 20. En effet, $332 = 37 . 8 + 36$

c) Pour que le quotient reste inchangé, le plus grand nombre que l'on peut retrancher de 312 est 16. En effet, $296 = 37 . 8$

5 $371 = 12 . 30 + 11$

Pour que le reste soit égal à 0, il faut ajouter 1 à 371. En effet, $372 = 12 . 31 + 0$

Pour que le reste soit égal à 0, il faut retirer 11 à 371. En effet, $360 = 12 . 30 + 0$

6 a) $x = 8 . 91 + 5$

$y = 8 . 92 + 2$

$x + y = 8 . 91 + 5 + 8 . 92 + 2$

$= 8 . (91 + 92) + 7$ $\Rightarrow$ le quotient vaut 183 et le reste 7.

b) $x = 8 . 91 + 6$

$y = 8 . 92 + 7$

$x + y = 8 . 91 + 6 + 8 . 92 + 7$

$= 8 . (91 + 92) + 13$ $(r > 8)$

$= 8 . (91 + 92 + 1) + 5$ $\Rightarrow$ le quotient vaut 184 et le reste 5.

7 7 $\quad 12 = 2^2 . 3 \quad 18 = 2 . 3^2 \quad$ PPCM $(7 , 12 , 18) = 2^2 . 3^2 . 7 = 252$

Le multiple de 252 compris entre 700 et 800 est 756.

8 Pour que a (65xy) soit divisible par 20, il faut que y = 0 et que x prenne comme valeurs 0, 2, 4, 6 ou 8.

Pour que b (4x70) soit divisible par 6, il faut qu'il soit divisible par 2 et par 3.

Pour que b soit divisible par 3, x peut prendre comme valeurs 1, 4 ou 7.

La seule valeur possible, commune à a et à b, pour le x est donc 4.

a = 6540 et b = 4470

9 $360 = 5 . 8 . 9 = 8 . (5 . 9)$ Le quotient de 360 par 8 est 45.

10 $588 = 7 . 4 . 21 = 21 . (7 . 4)$ Le quotient de 588 par 21 est 28.

11 Si on divise le nombre cherché et 888 par 74 (leur PGCD), on obtient deux nombres premiers entre eux.

Comme 888 : 74 = 12, il faut déterminer tous les nombres premiers avec 12 qui lui sont inférieurs.

Ces nombres sont : 1, 5, 7 et 11.

Le plus petit nombre est $74 . n$, n étant un des nombres cités ci-dessus.

Il peut donc prendre comme valeurs : 74, 370, 518 et 814.

12 $54 = 4 \,.\, 13 + 2 \Rightarrow$ il restera deux cartes si quatre joueurs participent au jeu.
$54 = 6 \,.\, 9 \Rightarrow$ toutes les cartes seront distribuées si six joueurs participent au jeu.

13 $21 = 6 \,.\, 3 + 3 \Rightarrow$ les moniteurs peuvent former trois équipes féminines.
$27 = 6 \,.\, 4 + 3 \Rightarrow$ les moniteurs peuvent former quatre équipes féminines.
$48 = 6 \,.\, 8 \Rightarrow$ les moniteurs peuvent former huit équipes mixtes.

14 Nombre total d'œufs : $4 \,.\, 100 = 400$ œufs
$400 = 12 \,.\, 33 + 4 \Rightarrow$ il restera 4 œufs.

15 a) $2\,471\,028\,457 = 97 \,.\, 25\,474\,520 + 17 \Rightarrow$ le reste (17) correspond bien au nombre formé par les deux derniers chiffres du numéro de carte d'identité.
b) $1\,384\,376\,001 = 97 \,.\, 14\,271\,917 + 52 \Rightarrow$ le reste (52) correspond bien au nombre formé par les deux derniers chiffres du numéro de carte d'identité.
c) $1\,726\,303\,151 = 97 \,.\, 17\,796\,939 + 68 \Rightarrow$ le reste (68) correspond bien au nombre formé par les deux derniers chiffres du numéro de carte d'identité.

16 Le diviseur de la division euclidienne est 26 puisque John le Borgne ne participe pas au partage
$\Rightarrow 386 = 26 \,.\, 14 + 22$
John le Borgne reçoit 22 pièces d'or alors que les autres pirates ne reçoivent que 14 pièces d'or chacun.

17 PPCM (2 , 3 , 4) = 12
Les multiples de 12 compris entre 80 et 100 sont 84 et 96.
Sachant qu'il reste une marche à chaque fois, l'escalier compte 85 ou 97 marches.
Le nombre de marches de l'escalier est un multiple de 5, la seule solution possible est donc 85.
L'escalier compte 85 marches.

18 1 min 15 s = 75 s   1 min 20 s = 80 s
$75 = 3 \,.\, 5^2$ $80 = 2^4 \,.\, 5$ PPCM $(75 , 80) = 2^4 \,.\, 3 \,.\, 5^2 = 1200$
Le premier doublera le second après 1200 s (20 min).
Nombre de tours parcourus par le coureur le plus rapide : 1200 : 75 = 16 tours
Nombre de tours parcourus par le coureur le moins rapide : 1200 : 80 = 15 tours

19 a) 1,50 m = 150 cm   2,40 m = 240 cm   3,60 m = 360 cm
$150 = 2 \,.\, 3 \,.\, 5^2$ $240 = 2^4 \,.\, 3 \,.\, 5$ $360 = 2^3 \,.\, 3^2 \,.\, 5$
PGCD $(150 , 240 , 360) = 2 \,.\, 3 \,.\, 5 = 30$
Les lattes en bois auront une longueur de 30 cm.
b) Nombre de lattes en bois : (150 : 30) + (240 : 30) + (360 : 30) = 5 + 8 + 12 = 25 lattes

20 a) PPCM (4 , 15) = 60   Les guirlandes vertes et jaunes clignotent en même temps toutes les 60 secondes (1 min).
PPCM (4 , 21) = 84   Les guirlandes vertes et rouges clignotent en même temps toutes les 84 secondes (1 min 24 s).
PPCM (15 , 21) = 105   Les guirlandes jaunes et rouges clignotent en même temps toutes les 105 secondes (1 min 45 s).
b) PPCM (4 , 15 , 21) = 420   Les trois guirlandes clignotent en même temps toutes les 420 secondes (7 min).
c) À 18h07

21 PPCM (10 , 12 , 25) = 300
Le multiple de 300 compris entre 1000 et 1300 est 1200.
Jean possède donc 1200 + 3 = 1203 cartes postales.

22 2,52 m = 252 cm 3,24 m = 324 cm
$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$ $324 = 2^2 \cdot 3^4$ PGCD (252 , 324) = $2^2 \cdot 3^2 = 36$
La hauteur d'une marche est un diviseur de 36 compris entre 15 et 20.
Chaque marche aura donc une hauteur de 18 cm.
Nombre total de marches : (252 : 18) + (324 : 18) = 14 + 18 = 32 marches

23 a) $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$ $400 = 2^4 \cdot 5^2$
PGCD (240 , 400) = $2^4 \cdot 5 = 80$
Le fleuriste pourra composer 80 bouquets.

b) Chaque bouquet sera composé de 3 (240 : 80) roses rouges et de 5 (400 : 80) roses blanches.

c) Coût d'achat des roses : $240 \cdot 1{,}05 + 400 \cdot 1{,}15 = 712$ €
Recette de la vente des bouquets de roses : $80 \cdot 10{,}90 = 872$ €
Bénéfice réalisé par le fleuriste : 872 – 712 = 160 €