

3^{ème} Mathématique – Solution des exercices de révision – Juin 24

Thème 5 : Puissances à exposants entiers

$$1) \begin{array}{cccc} \frac{1}{64} & -64 & 27 & \frac{1}{256} \\ 81 & \frac{-1}{32} & \frac{1}{32} & -4096 \\ -25 & \frac{1}{49} & \frac{25}{8} & \end{array}$$

$$2) \begin{array}{cccc} \frac{1}{a^4} & b^6 c^{12} & 16 a^2 & \frac{a^3 c^{12}}{b^9} \\ \frac{a^6}{64} & \frac{b^4}{9a^8} & \frac{1}{8x^6 y^{15}} & \frac{b^{12}}{a^{12}} \\ \frac{1}{x^9} & \frac{25}{x^{10}} & \frac{-10}{a^3} & \frac{-a^3}{125b^6} \\ \frac{1}{a^{10}} & x^6 y^3 & \frac{a^6}{4} & \frac{1}{b^{10}} \\ \frac{1}{9a^2} & \frac{b^{12}}{a^4 c^8} & \frac{1}{27y^6} & \frac{8}{x^9 y^{12}} \\ x^6 y^{15} & \frac{a^{12}}{b^{20}} & a^7 & \frac{a^{24}}{16} \\ \frac{8}{a^9} & -6 & \frac{a^{12}}{1000} & -4 \\ \frac{x^9}{8} & \frac{-a^6}{64b^9} & \frac{1}{25x^4} & \frac{1}{9x^4 y^{10}} \\ \frac{b^3}{81a^4} & & \frac{1}{8x^9 y^{15}} & \end{array}$$

$$3) \begin{array}{l} 8 \cdot 10^{11} \\ 1,05 \cdot 10^9 \\ 8 \cdot 10^{-11} \\ 7,5 \cdot 10^{-5} \\ 2,8 \cdot 10^3 \\ 6,6 \cdot 10^3 \\ 1,25 \cdot 10^{-1} \\ 6,4 \cdot 10^7 \\ 8 \cdot 10^{-15} \end{array}$$

4)

a) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$	b) $4^3 = 64$	c) $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000}$
$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$	$(-4)^3 = -64$	$-10^{-4} = -\frac{1}{10^4} = -\frac{1}{10\,000}$
$(-6)^{-3} = \frac{1}{(-6)^3} = \frac{-1}{216}$	$4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$	$(-10)^{-4} = \frac{1}{(-10)^4} = \frac{1}{10\,000}$
$(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$	$-4^3 = -64$	$(-10)^{-4} = -\frac{1}{(-10)^4} = -\frac{1}{10\,000}$
$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$	$-4^{-3} = -\frac{1}{4^3} = -\frac{1}{64}$	$(-10)^4 = 10\,000$
d) $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$	e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$	f) $\frac{5}{3^{-2}} = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$
$-2^{-3} = -\frac{1}{2^3} = -\frac{1}{8}$	$\left(\frac{-5}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \frac{-8}{125}$	$\frac{2^{-3}}{5^{-2}} = \frac{5^2}{2^3} = \frac{25}{8}$
$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{-1}{8}$	$\left(\frac{-1}{2}\right)^{-4} = (-2)^4 = 16$	$\frac{(-4)^2}{2^{-4}} = (-4)^2 \cdot 2^4 = 16 \cdot 16 = 256$
$3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$	$4^{-1} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$	$\frac{(-3)^{-2}}{5^{-3}} = \frac{5^3}{(-3)^2} = \frac{125}{9}$
$(-3)^{-3} = -\frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{27}$	$\frac{2^3}{3^{-2}} = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$	$\frac{8^{-1}}{(-4)^{-3}} = \frac{(-4)^3}{8^1} = \frac{-64}{8} = -8$

5)

$4^{-2} = \frac{1}{16}$	$(-4)^2 = 16$	$(-5)^{-2} = 5^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3} = 0,002$	$\frac{1}{32} = 2^{-5}$
$-\frac{1}{64} = (-4)^{-3}$	$\frac{2^{-6}}{2^2} = 2^{-8}$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^{-1} = \frac{-3}{2}$	$4^5 \cdot 4^{-5} = 1$	$-3^{-4} = \frac{-1}{81}$

6)

$a^{-5} = \frac{1}{a^5}$	$(2b)^{-3} = \frac{1}{8b^3}$	$a^{-3} \cdot a^3 = 1$	$(a^3)^{-2} = a^{-6}$	$(a^{-4})^2 = \frac{1}{a^8}$
$(-a)^{-3} = -\frac{1}{a^3}$	$\frac{a^{-6}}{a^2} = a^{-8}$	$2ab^{-1} = \frac{2a}{b}$	$3a^{-2} = \frac{3}{a^2}$	$(-5a)^{-3} = \frac{-1}{125a^3}$

7)

a) $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$	b) $a^{-3}b^5 = \frac{b^5}{a^3}$	c) $2a^{-3} = \frac{2}{a^3}$	d) $x^{-2}y^{-1} = \frac{1}{x^2y}$	e) $5xy^{-4} = \frac{5x}{y^4}$
$4a^{-2}b^5 = \frac{4b^5}{a^2}$	$ab^{-1}c^3 = \frac{ac^3}{b}$	$-3a^3b^{-2} = \frac{-3a^3}{b^2}$	$-a^2b^{-3} = \frac{-a^2}{b^3}$	$-a^{-5}b^2 = \frac{-b^2}{a^5}$
$\frac{a^3}{b^{-2}} = a^3b^2$	$\frac{x^{-2}}{y^{-3}} = \frac{y^3}{x^2}$	$\frac{2a^3}{5b^{-3}} = \frac{2a^3b^3}{5}$	$\frac{-a^2}{2b^{-2}} = \frac{-a^2b^2}{2}$	$\frac{3a^{-1}}{5b^{-2}} = \frac{3b^2}{5a}$

8)

<p>a) $a^{-3} \cdot a^5 = a^2$</p> <p>$x^{-5} \cdot x^{-3} = x^{-8} = \frac{1}{x^8}$</p> <p>$a^{-8} \cdot a^3 = a^{-5} = \frac{1}{a^5}$</p> <p>$a^5 \cdot a^{-6} = a^{-1} = \frac{1}{a}$</p> <p>$x^{-4} \cdot x^4 = x^0 = 1$</p>	<p>b) $2a^5 \cdot (-4a^{-2}) = -8a^3$</p> <p>$-5x^{-3} \cdot x^2 = -5x^{-1} = \frac{-5}{x}$</p> <p>$b^{-5} \cdot (-3b^3) = -3b^{-2} = \frac{-3}{b^2}$</p> <p>$3a^{-3} \cdot (-2a^2) = -6a^{-1} = \frac{-6}{a}$</p> <p>$a^{-3} \cdot 2a^{-1} \cdot a^5 = 2a$</p>	<p>c) $(x^{-2})^3 = x^{-6} = \frac{1}{x^6}$</p> <p>$(a^{-3})^{-4} = a^{12}$</p> <p>$(b^3)^{-2} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$</p> <p>$-(a^{-2})^6 = -a^{-12} = \frac{-1}{a^{12}}$</p> <p>$(x^{-5})^5 = x^{-25} = \frac{1}{x^{25}}$</p>
<p>d) $(a^3b^{-2})^{-3} = a^{-9}b^6 = \frac{b^6}{a^9}$</p> <p>$(ab^{-4})^2 = a^2b^{-8} = \frac{a^2}{b^8}$</p> <p>$(2a)^{-3} = 2^{-3}a^{-3} = \frac{1}{8a^3}$</p> <p>$(3b)^{-2} = 3^{-2}b^{-2} = \frac{1}{9b^2}$</p> <p>$(b^{-3})^{-2} = b^6$</p>	<p>e) $(3a^{-2})^2 = 9a^{-4} = \frac{9}{a^4}$</p> <p>$(5x^{-1})^{-3} = 5^{-3}x^3 = \frac{x^3}{125}$</p> <p>$(2x^{-3}y^2)^3 = 8x^{-9}y^6 = \frac{8y^6}{x^9}$</p> <p>$(4x^2y^{-4})^{-2} = 4^{-2}x^{-4}y^8 = \frac{y^8}{16x^4}$</p> <p>$(-3a^2)^{-2} = (-3)^{-2}a^{-4} = \frac{1}{9a^4}$</p>	<p>f) $(-3a^2b^3)^{-3} = (-3)^{-3}a^{-6}b^{-9} = \frac{-1}{27a^6b^9}$</p> <p>$(a^{-3}b^5)^{-2} = a^6b^{-10} = \frac{a^6}{b^{10}}$</p> <p>$(-4a^{-4}b^5)^{-3} = (-4)^{-3}a^{12}b^{-15} = \frac{-a^{12}}{64b^{15}}$</p> <p>$(-2a^{-2}b^{-3})^{-4} = (-2)^{-4}a^8b^{12} = \frac{a^8b^{12}}{16}$</p> <p>$-(2a^{-2})^{-5} = -2^{-5}a^{10} = \frac{-a^{10}}{32}$</p>
<p>g) $\left(\frac{a^{-3}}{b^2}\right)^5 = \frac{a^{-15}}{b^{10}} = \frac{1}{a^{15}b^{10}}$</p> <p>$\left(\frac{5a^{-4}}{b^{-3}}\right)^{-2} = \frac{5^{-2}a^8}{b^6} = \frac{a^8}{5^2b^6} = \frac{a^8}{25b^6}$</p>	<p>$\left(\frac{a^3}{b^{-5}}\right)^2 = \frac{a^6}{b^{-10}} = a^6b^{10}$</p> <p>$\left(\frac{-2a^{-4}}{b}\right)^{-3} = \frac{(-2)^{-3}a^{12}}{b^{-3}} = \frac{a^{12}b^3}{(-2)^3} = \frac{-a^{12}b^3}{8}$</p>	<p>$\left(\frac{2a}{b}\right)^{-3} = \frac{2^{-3}a^{-3}}{b^{-3}} = \frac{b^3}{2^3a^3} = \frac{b^3}{8a^3}$</p>

9)

<p>a) $x^3 \cdot x^{-8} = x^{-5} = \frac{1}{x^5}$</p> <p>$(a^{-3}b^4)^{-3} = a^9b^{-12} = \frac{a^9}{b^{12}}$</p> <p>$\left(\frac{a^{-3}}{b^7}\right)^{-2} = \frac{a^6}{b^{-14}} = a^6b^{14}$</p> <p>$(3a^{-2})^{-4} = 3^{-4}a^8 = \frac{a^8}{3^4} = \frac{a^8}{81}$</p> <p>$-5a \cdot (-3a^{-4}) = 15a^{-3} = \frac{15}{a^3}$</p>	<p>b) $\left(\frac{4x^3}{y^{-2}}\right)^3 = \frac{64x^9}{y^{-6}} = 64x^9y^6$</p> <p>$\frac{3a^{-1}}{5a^7} = \frac{3}{5a^7a^1} = \frac{3}{5a^8}$</p> <p>$(2a^{-3}b^2)^{-4} = 2^{-4}a^{12}b^{-8} = \frac{a^{12}}{2^4b^8} = \frac{a^{12}}{16b^8}$</p> <p>$\frac{-5a^{-5}}{4a^{-4}} = \frac{-5a^4}{4a^5} = \frac{-5}{4a}$</p> <p>$-(-x^5)^{-2} = -x^{-10} = \frac{-1}{x^{10}}$</p>
---	---

<p>c) $(-a^3b^{-2})^{-2} = a^{-6}b^4 = \frac{b^4}{a^6}$</p> <p>$(-3xy^{-4})^{-1} = -3^{-1}x^{-1}y^4 = \frac{-y^4}{3x}$</p> <p>$2a^{-3} \cdot (-3a^2) = -6a^{-1} = \frac{-6}{a}$</p> <p>$(-2a^{-3}b^{-4})^{-3} = (-2)^{-3}a^9b^{12} = \frac{a^9b^{12}}{(-2)^3} = \frac{-a^9b^{12}}{8}$</p> <p>$\left(\frac{a^{-7}b}{3b^{-2}}\right)^{-2} = \frac{a^2b^{-2}}{3^{-2}b^4} = \frac{3^2a^2}{b^4 \cdot b^2} = \frac{9a^2}{b^6}$</p>	<p>d) $\left(\frac{2b^{-2}}{a^{-4}}\right)^{-2} = \frac{2^{-2}b^4}{a^6} = \frac{b^4}{2^2a^6} = \frac{b^4}{4a^6}$</p> <p>$3a \cdot (-2a)^{-2} = 3a \cdot (-2)^{-2}a^{-2} = 3 \cdot (-2)^{-2}a^{-1} = \frac{3}{4a}$</p> <p>$(-4a^{-2}b^3)^{-3} = (-4)^{-3}a^6b^{-9} = \frac{a^6}{(-4)^3b^9} = \frac{-a^6}{64b^9}$</p> <p>$\left(\frac{2x^2}{y^{-5}}\right)^{-3} = \frac{2^{-3}x^{-6}}{y^{15}} = \frac{1}{2^3x^6y^{15}} = \frac{1}{8x^6y^{15}}$</p> <p>$(3a^2)^{-2} \cdot (2a)^{-2} = (3a^2 \cdot 2a)^{-2} = (6a^3)^{-2} = \frac{1}{36a^6}$</p>
---	---

10) Quantité de sable dans la dune : $6 \cdot 10^7 m^3$ càd $6 \cdot 10^{16} mm^3$

Volume d'un grain de sable : $0,001 mm^3$ càd $10^{-3} mm^3$

Nombre de grains dans la dune : $\frac{6 \cdot 10^{16}}{10^{-3}} = 6 \cdot 10^{16} \cdot 10^3 = 6 \cdot 10^{19}$ grains

11) Production annuelle : 200 milliards = $200 \cdot 10^9 = 2 \cdot 10^{11} m^3$

Réserves : 7000 milliards = $7000 \cdot 10^9 = 7 \cdot 10^{12} m^3$

Nombre d'années d'exploitation : $\frac{7 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 10^{11}} = 3,5 \cdot 10$ càd 35 ans

12)

$$\frac{4 \cdot 10^5}{100} = 4 \cdot 10^3 \text{ heures soit } 4\,000 \text{ heures}$$

13)

$$20 \text{ ans} : 10^4 \cdot 365 \cdot 20 = 7,3 \cdot 10^7$$

$$50 \text{ ans} : 10^4 \cdot 365 \cdot 50 = 1,825 \cdot 10^8$$

$$75 \text{ ans} : 10^4 \cdot 365 \cdot 75 = 2,7375 \cdot 10^8$$

14)

$$20000 = 2 \cdot 10^4$$

$$1000 \cdot 1\,000\,000\,000 \cdot 1000 = 10^{15}$$

$$1000 \cdot 1\,000\,000 \cdot 1000 = 10^{12}$$

$$1000 \cdot 1\,000\,000 = 10^9$$

Thème 6 : Factorisation

1)	$15x.(3+5y)$	$2a.(4a^2-2a+3)$	$(2x-y).(5x+3y)$
	$5a^2.(3a-5)$	$-3ab^2.(2a-3b+4a^2)$	$(b-a).(2a-3b)$
	$9x.(-3x+2)$	$x^3.(x^6+x^3+1)$	$5.(3x-y).(3x+5y)$
	$-4.(4a+3b)$	$(c+d).(2b-3c)$	
	$7x^3.(1+3x^3)$	$5.(a-b).(3a-5b)$	

2)

a) $(x^3 - 2x^2) + (3x - 6) = x^2 \cdot (x - 2) + 3 \cdot (x - 2) = (x - 2) \cdot (x^2 + 3)$
 $(-x^3 + x^2) + (3x - 3) = -x^2 \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x - 1) = (x - 1) \cdot (-x^2 + 3)$

b) $2 \cdot (2x^3 - x^2 + 6x - 3) = 2 \cdot ((2x^3 - x^2) + (6x - 3))$
 $= 2 \cdot (x^2 \cdot (2x - 1) + 3 \cdot (2x - 1)) = 2 \cdot (2x - 1) \cdot (x^2 + 3)$
 $(20x^3 + 5x^2) - (4x + 1) = 5x^2 \cdot (4x + 1) - (4x + 1) = (4x + 1) \cdot (5x^2 - 1)$

c) $(2a + 8b) + (3ab + 12b^2) = 2 \cdot (a + 4b) + 3b \cdot (a + 4b) = (a + 4b) \cdot (2 + 3b)$
 $(-4a^3 + 12a^2) - (10ab - 30b) = -4a^2 \cdot (a - 3) - 10b \cdot (a - 3) = (a - 3) \cdot (-4a^2 - 10b)$
 $= -2 \cdot (a - 3) \cdot (2a^2 + 5b)$

3)	$(2-3a).(2+3a)$	$(2x+5y)^2$	$(4a+1)^2$	$(5-2y).(5+2y)$
	$(9x+4).(9x-4)$	$(x-3)^2$	$(a+3).(a-3)$	$(x-3)^2$
	$(5a+1).(5a-1)$	$(x+1)^2$	$(x+3)^2$	$(4+a^2).(2+a).(2-a)$
	$(4a-7).(4a+7)$	$(2-3a)^2$	$(y-4)^2$	$(5-2a)^2$
	$(a+4b)^2$	$(3b-2a)^2$	$(4x+5)^2$	$(x^2+9).(x+3).(x-3)$

4)	$3.(a+5).(a-5)$	$2.(a-1)^2$	$2a^3.(5+a).(5-a)$
	$2.(1+6a).(1-6a)$	$3.(a+3).(a-3)$	$a^2b.(a+b).(a-b)$
	$2.(a-3)^2$	$3.(a+3)^2$	$a.(x+4).(x-4)$
	$5x.(5x+1)^2$		

5)	$(x + 2) \cdot (x + 3)$	$(x - 3) \cdot (x^2 - 5x + 1)$
	$(2x + 1) \cdot (x - 3)$	$(x - 3) \cdot (x^2 + 3x + 9)$
	$(x + 1) \cdot (x - 2)$	$(x + 1) \cdot (x^2 + 4x + 3) = (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x+3)$

6)

a) $9x^2 - 4 = (3x - 2)(3x + 2)$

b) $3x^2 + 2x = x(3x + 2)$

c) $32a^2b^2 + 48a^3 - 16ab = 16a(2ab^2 + 3a^2 - b)$

d) $6a^2b + 4ac = 2a(3ab + 2c)$

e) $4a^2 + 4a + 1 = (2a + 1)^2$

f) $12a^2 + 12a + 3 = 3(2a + 1)^2$

g) $b \cdot (5 - 2a) + a \cdot (2a - 5) - (2a - 5) \cdot 4 = (2a - 5)(-b + a - 4)$

h) $3ab + 21b + 35c + 5ac = a(3b + 5c) + 7(3b + 5c) = (a + 7)(3b + 5c)$

i) $3c \cdot (2s - 3v) + 2a \cdot (2s - 3v) - z \cdot (2s - 3v) = (2s - 3v)(3c + 2a - z)$

j) $-9b^2 + 49a^2 = (7a - 3b)(7a + 3b)$

k) $121x^2 + 49 = /$

l) $-2ax \cdot (4 + a) + 2a \cdot (-4 - a) = 2a(4 + a)(-x - 1)$ Ou $-2a(4 + a)(x + 1)$

m) $-81c^2 + 49x^2 = (7x - 9c)(7x + 9c)$

n) $(2a - 5) - 4ab \cdot (-5 + 2a) - 2ac \cdot (5 - 2a) = (2a - 5)(1 - 4ab + 2ac)$

o) $9a^2b^2 + 16a^2c^2 + 24a^2bc = (3ab + 4ac)^2$

p) $8a^2b^2c - 12a^3b^3 + 8a^3b^2 = 4a^2b^2(2ac - 3b + 2)$

q) $32x^2 - 8 = 8(2x - 1)(2x + 1)$

r) $30a^2x^2 + 24a^3x = 6a^2x(5x + 4a)$

s) $3a^2b^2 + 9a^3 - 6ab = 3a(ab^2 + 3a^2 - 2b)$

t) $(-3c + a) - 2ab \cdot (3c - a) = (-3c + a)(1 + 2ab)$

7) a) $2 \cdot (l+b)$

b) $z \cdot (1+2a)$

c) $\pi \cdot (d_1 + d_2)$

d) $\frac{1}{2}h \cdot (b_1 + b_2)$

e) $2 \cdot (lb + bh + hl)$

f) $2\pi r \cdot (r + h)$

Thème 6 : Equations « produit nul »

1)

$$S = \left\{ \frac{5}{2}, 4 \right\}$$

$$S = \left\{ \frac{-5}{4}, 0 \right\}$$

$$S = \{4\}$$

$$S = \{-5, 0\}$$

$$S = \{-3\}$$

$$S = \{-4, 4\}$$

$$S = \{-3, 3\}$$

$$S = \left\{ -1, 1, \frac{3}{2} \right\}$$

$$S = \left\{ -7, \frac{1}{3} \right\}$$

$$S = \left\{ 0, \frac{7}{2} \right\}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

$$S = \left\{ \frac{-3}{2}, \frac{3}{2} \right\}$$

$$S = \{1\}$$

$$S = \emptyset$$

$$S = \{3\}$$

$$S = \{-2, -1, 2\}$$

$$S = \{0, 2\}$$

$$S = \left\{ 0, \frac{1}{4}, 5 \right\}$$

$$S = \{-4, 0, 2\}$$

$$S = \left\{ 0, \frac{5}{2} \right\}$$

$$S = \{-3, 0, 3\}$$

$$S = \{0, 1\}$$

$$S = \{-2, 1, 2\}$$

$$S = \left\{ \frac{-1}{5}, \frac{2}{3} \right\}$$

2)

a) Choix de l'inconnue

Le nombre cherché : x

Mise en équation

$$x + 15 = x^2 - 5$$

Résolution

$$0 = x^2 - 5 - x - 15$$

$$0 = x^2 - x - 20$$

Le polynôme $x^2 - x - 20$ est divisible par $x + 4$.

	1	-1	-20
		+	+
a = -4		-4	20
	1	-5	0

$$0 = (x + 4) \cdot (x - 5)$$

⇕

$$x = -4 \text{ ou } x = 5$$

Solution du problème

Les nombres cherchés sont -4 et 5.

Vérification

$$-4 + 15 = 11 \quad \text{et} \quad (-4)^2 - 5 = 16 - 5 = 11$$

$$5 + 15 = 20 \quad \text{et} \quad 5^2 - 5 = 25 - 5 = 20$$

b) Choix de l'inconnue

Le nombre cherché : x

Mise en équation

$$x - 1 = x^2 - 13$$

Résolution

$$0 = x^2 - 13 - x + 1$$

$$0 = x^2 - x - 12$$

Le polynôme $x^2 - x - 12$ est divisible par $x + 3$.

	1	-1	-12
		+	+
a = -3		-3	12
	1	-4	0

$$0 = (x + 3) \cdot (x - 4)$$

⇕

$$x = -3 \text{ ou } x = 4$$

Solution du problème

Les nombres cherchés sont -3 et 4.

Vérification

$$-3 - 1 = -4 \quad \text{et} \quad (-3)^2 - 13 = 9 - 13 = -4$$

$$4 - 1 = 3 \quad \text{et} \quad 4^2 - 13 = 16 - 13 = 3$$

c) Choix de l'inconnue

Le nombre cherché : x

Mise en équation

$$3x + 1 = 2x^2 - 1$$

Résolution

$$0 = 2x^2 - 1 - 3x - 1$$

$$0 = 2x^2 - 3x - 2$$

Le polynôme $2x^2 - 3x - 2$ est divisible par $x - 2$.

	2	-3	-2
		+	+
a = 2		4	2
	2	1	0

$$0 = (x - 2) \cdot (2x + 1)$$

⇕

$$x = 2 \text{ ou } x = \frac{-1}{2}$$

Solution du problème

Les nombres cherchés sont 2 et $\frac{-1}{2}$.

Vérification

$$3 \cdot 2 + 1 = 6 + 1 = 7 \quad \text{et} \quad 2 \cdot 2^2 - 1 = 2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$3 \cdot \frac{-1}{2} + 1 = \frac{-3}{2} + 1 = \frac{-1}{2} \quad \text{et} \quad 2 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = \frac{-1}{2}$$

3)

Choix de l'inconnue

La longueur du côté du carré : x

Mise en équation

$$4x = x^2$$

Résolution

$$0 = x^2 - 4x$$

$$0 = x \cdot (x - 4)$$

⇕

$$x = 0 \text{ ou } x = 4$$

(x = 0, solution à rejeter car x représente la longueur du côté d'un carré et ne peut être nulle.)

Solution du problème

La longueur du côté du carré vaut 4 cm.

Vérification

$$P = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm} \quad \text{et} \quad A = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$$

4)

Choix de l'inconnue

La mesure de la largeur du rectangle : x

Mise en équation

$$x \cdot 2x = \frac{10 \cdot x}{2}$$

$$2x^2 = 5x$$

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$x \cdot (2x - 5) = 0$$

⇕

$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{5}{2}$$

(x = 0, solution à rejeter car x représente la mesure de la largeur d'un rectangle et ne peut être nulle.)

Solution du problème

x vaut 2,5 cm.

Thème 6 : Fractions algébriques

$$1) \quad \begin{array}{lll} CE : x \neq 2; \frac{4}{3} & CE : a \neq 0 \text{ et } a \neq \frac{1}{3}; \frac{2a}{1-3a} & CE : a \neq -1; \frac{a+1}{4} \\ CE : a \neq 1; / & CE : y \neq 0 \text{ et } x \neq \frac{y}{3}; \frac{x}{2y} & CE : x \neq -y; \frac{x(x-y)}{x+y} \\ CE : a \neq -3; \frac{a-3}{2} & CE : a \neq 5; \frac{5+a}{5} & CE : x \neq \frac{-1}{2} \text{ et } x \neq \frac{1}{2}; \frac{4}{2x-1} \\ CE : a \neq -5 \text{ et } a \neq 5; \frac{-1}{3(a+5)} & CE : x \neq -3 \text{ et } x \neq 3; \frac{x-3}{x+3} & CE : a \neq -1 \text{ et } a \neq \frac{-1}{2}; \frac{a-1}{2(a+1)^2} \end{array}$$

$$2) \quad \begin{array}{lll} \frac{5x^2+19x}{(x+3)(x+5)} & \frac{7x+6}{x(x+3)} & \frac{10x^2+21x-2}{2x^2(x-2)(x+2)} \\ \frac{5x+2}{x(x+2)(x-2)} & \frac{7x+15}{x(x-2)(x+3)} & \frac{2b+5a}{ab(a+b)} \\ \frac{x+3}{x^3(x-1)} & \frac{-2x+3x^2}{2(x-2)(x+2)} & \frac{x^2+4x+5}{(x+1)(x-1)^2} \\ \frac{a+ab+b^2}{(a+b)(a-b)} & \frac{9-4x+6x^2}{18x^3} & \frac{12}{5} \\ \frac{4-x}{x(x-2)(x+2)} & \frac{-x}{2} & \frac{-x-12}{x(x-2)(x+4)} \\ \frac{a+ab-b^2}{(a-b)^2} & \frac{8a}{(a-b)(a+b)} & \frac{2y+5x}{xy(x-y)} \\ \frac{x^2+24x}{3(x+3)(x-3)} & \frac{5x+3}{3} & \frac{5a-2ab-2b^2}{(a+b)^2} \\ \frac{9}{28} & \frac{4x^3+19x^2}{3x(x-1)(x+1)} & \frac{x(x+2)}{5(x-2)} \\ \frac{-5x-3}{(x+1)(x-1)} & \frac{3xy^2+3y^3+2x^3-2x^2y}{xy(x-y)(x+y)} & \frac{6x^2-5x+15}{3x(x-3)} \\ \frac{6}{5} & \frac{21a-10b}{6(a-2b)} & \frac{24x+x^2}{3(x+3)(x-3)} \\ \frac{-2xy}{(x+y)(x-y)} & \frac{1}{(b-3)(a-2)} & \frac{3(x-4)}{2} \\ \frac{2}{a-1} & \frac{12c^2-5b^2}{8abc} & \frac{1}{3(a-3)} \\ \frac{2(a+3)}{a-3} & \frac{15ax+4b}{6x^4} & \end{array}$$

3)

	Énoncé	Solution
a)	$\frac{12-x}{x} = \frac{3}{5}$ CE : $x \neq 0$	$(12-x)5 = 3x$ $60 - 5x = 3x$ $60 = 8x$ $x = \frac{60}{8}$ $S = \left\{ \frac{15}{2} \right\}$
b)	$\frac{2x-10}{3x-1} = 5$ CE : $x \neq \frac{1}{3}$	$2x-10 = 5(3x-1)$ $2x-10 = 15x-5$ $-13x = 5$ $x = \frac{-5}{13}$ $S = \left\{ \frac{-5}{13} \right\}$
c)	$\frac{9-x^2}{3+x} = \frac{12x}{x-3}$ CE : $x \neq -3$ et $x \neq 3$	$(3-x)(x-3) = 12x$ $-x^2 + 6x - 9 - 12x = 0$ $-x^2 - 6x - 9 = 0$ $(x-3)^2 = 0$ $x = -3$ À rejeter CE $S = \{ \}$
d)	$\frac{2}{3+x} = \frac{5}{x-3}$ CE : $x \neq -3$ et $x \neq 3$	$2x-6 = 15+5x$ $-3x = 21$ $x = -7$ $S = \{-7\}$
e)	$\frac{3}{x+2} - \frac{5}{3(x+2)} = \frac{-x}{3}$ CE : $x \neq -2$	$\frac{9}{3(x+2)} - \frac{5}{3(x+2)} = \frac{-x(x+2)}{3(x+2)}$ $9-5 = -x^2-2x$ $x^2+2x+4=0$ $(x+2)^2=0$ $x=-2$ À rejeter $S = \{ \}$
f)	$\frac{1}{x^2-2x+1} = \frac{1}{x^2-1}$ CE : $x \neq 1$ et $x \neq -1$	$x^2-1 = x^2-2x+1$ $2x=2$ $x=1$ à rejeter CE $S = \emptyset$

	Énoncé	Solution
g)	$\frac{x-1}{2} = \frac{3x-5}{x+1}$ CE : $x \neq -1$	$6x - 10 = x^2 - 1$ $x^2 - 6x + 9 = 0$ $(x-3)^2 = 0$ $x = 3$ $S = \{3\}$
h)	$\frac{3}{x-2} = 5 + \frac{1}{2}$ CE : $x \neq 2$	$\frac{3}{x-2} = \frac{11}{2}$ $6 = 11x - 22$ $11x = 28$ $x = \frac{28}{11}$ $S = \left\{ \frac{28}{11} \right\}$
i)	$\frac{3}{x-2} = \frac{1}{x+2} + \frac{5}{x^2-4}$ CE : $x \neq 2$ et $x \neq -2$	$\frac{3(x+2)}{x^2-4} = \frac{1(x-2)}{x^2-4} + \frac{5}{x^2-4}$ $3x+6-x+2-5=0$ $2x=-3$ $x = \frac{-3}{2}$ $S = \left\{ \frac{-3}{2} \right\}$
j)	$\frac{2}{x+2} + \frac{5}{2} = 2$ CE : $x \neq -2$	$\frac{4}{2x+4} + \frac{5x+10}{2x+4} = \frac{4x+8}{2x+4}$ $4+5x+10=4x+8$ $x=-6$

4)

$$\frac{16}{x^2-4} = \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x+2}$$

$$\text{CE : } x \neq 2; x \neq -2$$

$$\frac{16}{x^2-4} = \frac{3(x+2)}{x^2-4} + \frac{(x-2)}{x^2-4}$$

$$16 = 3x+6+x-2$$

$$12 = 4x$$

$$x = 3$$

Tout cela pour ça... Si x vaut 3, cela signifie qu'il a gagné :

Aujourd'hui : 3,2 €

Hier : 3 €

Avant-hier : 0,2 €

$$5) \text{ a) } \frac{a^2+5a}{a} = \frac{a(a+5)}{a} = a + 5 \quad \text{b) } \frac{3p^2-9p}{p-3} = \frac{3p(p-3)}{p-3} = 3p \quad \text{c) } \frac{8b^2-2b}{2b} = \frac{2b(4b-1)}{2b} = 4b - 1$$

$$\text{d) } \frac{12s^2+8s}{3s+2} = \frac{4s(3s+2)}{3s+2} = 4s \quad \text{e) } \frac{10k^2-25k}{2k-5} = \frac{5k(2k-5)}{2k-5} = 5k$$

$$6) \text{ b) } \begin{array}{l} \text{A : } 2a+2ab \\ \text{B : } 4ab+2a-2b-1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Soustraction : } (2a+2ab) - (4ab+2a-2b-1) = -2ab+2b+1 \\ \text{Division : } \frac{2a(1+b)}{(2a-1)(2b+1)} \end{array}$$

$$\text{c) } \begin{array}{l} \text{A : } (a-1)^2 \\ \text{B : } (1-a)(1+a) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Soustraction : } (a^2-2a+1) - (1-a^2) = 2a^2-2a \\ \text{Division : } \frac{(a-1)^2}{(1-a)(1+a)} = \frac{-(a-1)}{(1+a)} \end{array}$$

$$\text{d) } \begin{array}{l} \text{A : } 4-9a^2 \\ \text{B : } (3a-2)^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Soustraction : } (4-9a^2) - (9a^2-12a+4) = 12a \\ \text{Division : } \frac{(2+3a)(2-3a)}{(3a-2)^2} = \frac{-(2+3a)}{(3a-2)} \end{array}$$

$$\text{e) } \begin{array}{l} \text{A : } 3x-3 \\ \text{B : } 6(1-x) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Soustraction : } (3x-3) - (6-6x) = 9x-9 \\ \text{Division : } \frac{3(x-1)}{6(1-x)} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2} \end{array}$$