

Connaître

1 a) $(3 \cdot 4)^2 \neq 3 \cdot 4^2$ b) $(3 + 4)^2 \neq 3^2 + 4^2$ c) $(7 + 3) \cdot (7 - 3) = 7^2 - 3^2$
 $(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$ $(7 + 3) \cdot (7 + 3) \neq 7^2 + 3^2$ $(3 - 7) \cdot (7 - 3) \neq (7 - 3)^2$

2 a) $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$ b) $(a \cdot b)^2 \neq a \cdot b^2$ c) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$
 $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$ $(a - b) \cdot (a - b) = (a - b)^2$ $(a + b) \cdot (a + b) \neq a^2 + b^2$

3 a) $x^2 - y^2 \neq y^2 - x^2$ b) $x^2 + y^2 \neq (x + y)^2$ c) $(x + 5) \cdot (x - 5) \neq x^2 - 10$
 $(x - y)^2 = (y - x)^2$ $(2x - y)^2 \neq (x - 2y)^2$ $(x - y) \cdot (x - y) \neq x^2 + y^2$
 $xy^2 \neq x^2y$ $(x - y)^2 \neq x^2 - y^2$ $(x + y) \cdot (x + y) \neq x^2 + y^2$
d) $(xy)^2 = x^2y^2$ e) $(xy)^2 \neq 2xy$
 $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

4 $a^2 + 8a + 16$
 $b^2 + 25 - 10b$
 $9x^2 - 4$
 $25a^2 + 20a + 4$
 $16a^2 - 24ab + 9b^2$
 $4b^2 - 1$

5 $9x^2 - 12xy + 4y^2$ $9x^2 - 4y^2$

6 a) $(2a + 3)^2 = 4a^2 + 3^2 + 6a$ \rightarrow $4a^2 + 9 + 12a$
 $(3a - 4)^2 = 3a^2 - 24a + 16$ \rightarrow $9a^2 - 24a + 16$
 $(b + a) \cdot (b - a) = a^2 - b^2$ \rightarrow $b^2 - a^2$
 $(a^2 - 2b)^2 = 2a^2 - 4a^2b + 4b^2$ \rightarrow $a^4 - 4a^2b + 4b^2$
b) $(3a + 2b)^2 = 9a^2 + 6ab + 2b^2$ \rightarrow $9a^2 + 12ab + 4b^2$
 $(2a - 3) \cdot (2a + 3) = 2a^2 - 9$ \rightarrow $4a^2 - 9$
 $(3a + b)^2 = 9a^2 + b^2$ \rightarrow $9a^2 + 6ab + b^2$
 $(a^3 - 2b^5)^2 = a^6 - 4a^3b^5 + 4b^{10}$ \rightarrow $a^6 - 4a^3b^5 + 4b^{10}$

7 a) $(60 + 1)^2$ ou $(70 - 9)^2$ b) $(50 - 2)^2$ ou $(40 + 8)^2$ c) $(50 - 7) \cdot (50 + 7)$
d) $(40 - 11) \cdot (40 + 11)$ e) $(64 + 36) \cdot (64 - 36)$ f) $(106 + 105) \cdot (106 - 105)$

Appliquer

1 a) $x^2 + 6x + 9$ b) $a^2 + 6ab + 9b^2$ c) $a^4 + 10a^2 + 25$ d) $9 - 12x + 4x^2$ e) $a^2 - 4ab + 4b^2$
 $1 + 2x + x^2$ $9a^2b^2 + 6ab^2 + b^2$ $4 + 4a^3 + a^6$ $x^2 - 10x + 25$ $9a^2 - 24ab + 16b^2$
 $9a^2 + 12a + 4$ $9a^4 + 24a^2 + 16$ $a^4 + 2a^2b + b^2$ $4x^2 - 12x + 9$ $a^2b^2 - 4ab + 4$
 $9 + 12x + 4x^2$ $9 + 24x^2 + 16x^4$ $4a^2 + 4a^3 + a^4$ $16b^2 - 8b + 1$ $9 - 6x^3 + x^6$
 $4a^2 + 20a + 25$ $16 + 24a^3 + 9a^6$ $a^6 + 2a^5 + a^4$ $25a^2 - 30a + 9$ $a^4 - 10a^2 + 25$
f) $25 - 20a^3 + 4a^6$ g) $x^2 - 25$ h) $4a^2 - 25b^2$ i) $16 - 25b^2$ j) $9b^2 - 30b + 25$
 $25a^4 - 30a^2 + 9$ $16x^2 - 1$ $4x^2 - 9$ $9b^2 - 30ab + 25a^2$ $9 - a^2$
 $1 - 8b^2 + 16b^4$ $1 - x^2$ $36 - 9a^2b^2$ $16 - 25x^2$ $a^2 - 6a + 9$
 $4a^2 - 4ab^3 + b^6$ $4 - x^2$ $x^6 - 16$ $16 - 24b + 9b^2$ $a^4 + 6a^3 + 9a^2$
 $4x^2 - 4x^3 + x^4$ $1 - 9x^2$ $25 - x^8$ $4a^2 + 12a + 9$ $a^6 - 9$

k) $x^2 + \frac{2x}{3} + \frac{1}{9}$

l) $\frac{x^2}{4} - \frac{xy}{3} + \frac{y^2}{9}$

m) $x^2 - \frac{1}{25}$

n) $\frac{25a^2}{4} - 4$

$$\frac{4x^2}{9} + \frac{4xy}{15} + \frac{y^2}{25}$$

$$4 - \frac{4x}{3} + \frac{x^2}{9}$$

$$\frac{a^2}{9} - \frac{b^2}{4}$$

$$b^2 - \frac{1}{16}$$

2) a) $a^2 - a - 6$ b) $-1 + 4x - 4x^2$ c) $-a^2 - 8a - 16$ d) $25 - 30a + 9a^2$
 $a^2 - 6a + 9$ $16 - 9x^2$ $16 - 8a + a^2$ $6x^2 + 5x - 6$
 $4 - a^2$ $9x^2 - 24x + 16$ $16 - 8a + a^2$ $-16x^2 + 16x - 4$
 $4 - 4a + a^2$ $-6x^2 - 5x + 4$ $a^2 + a - 12$ $x^2 - 6x^3 + 9x^4$
 $4 + 4a + a^2$ $4x^2 + 4x + 1$ $a^4 - 4a^2b + 4b^2$ $1 - 25x^2$

3) a) $(a + 3)^2 = a^2 + 6a + 9$ b) $(5x - 3y) \cdot (5x + 3y) = 25x^2 - 9y^2$
 $(2x - 1) \cdot (2x + 1) = 4x^2 - 1$ $(4 - a) \cdot (4 + a) = 16 - a^2$
 $(a + 5)^2 = a^2 + 10a + 25$ $(3b - 2)^2 = 9b^2 - 12b + 4$
 $(3x - 4) \cdot (3x + 4) = 9x^2 - 16$ $x^2 + 20x + 100 = (x + 10)^2$
 $(2b - 4)^2 = 4b^2 - 16b + 16$ $9b^2 - 16a^4 = (3b + 4a^2) \cdot (3b - 4a^2)$

c) $(a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16$
 $(4b - 3a)^2 = 16b^2 - 24ab + 9a^2$
 $x^2 - 25y^2 = (x - 5y) \cdot (x + 5y)$
 $(1 + 5x)^2 = 1 + 10x + 25x^2$
 $(3a - 1)^2 = 9a^2 - 6a + 1$

4) a) $16a^2$ b) $9x^2$ c) $a^2 - 36$ d) $x^4 - 16$
 $16 + 8a + a^2$ $x^2 - 6x + 9$ $a - 6 - a - 6 = -12$ $x^4 - 8x + 16$
 $8 + 2a$ $-3x + 6$ $a - 6 + a + 6 = 2a$ $16x^4$
 $4a + 8$ $-9x^2$ $a^2 - 6a + a - 6 = a^2 - 5a - 6$ $x^4 - 4x^2$
 $4 - a - 2 = 2 - a$ $3 - x + 2 = 5 - x$ $-a + 6 + a + 6 = 12$ $x^2 - 4 - x^2 - 4 = -8$

5) a) $3x^2 - 3x - 2x^2 - 2x = x^2 - 5x$
 $15x + 4x^2 + 20x + 25 = 4x^2 + 35x + 25$
 $x^2 - 2x - (x^2 - 4x + 4) = x^2 - 2x - x^2 + 4x - 4 = 2x - 4$
 $9 - 16x^2 + x^2 + 4x + 4 = -15x^2 + 4x + 13$
 $x^2 + 2x + 1 + 1 - 2x + x^2 = 2x^2 + 2$

b) $4x^2 - 20x + 25 - (16 + 8x + x^2) = 4x^2 - 20x + 25 - 16 - 8x - x^2 = 3x^2 - 28x + 9$
 $2 \cdot (x^2 + 6x + 9) - 3 \cdot (4 - 4x + x^2) = 2x^2 + 12x + 18 - 12 + 12x - 3x^2 = -x^2 + 24x + 6$
 $4x^2 - 1 - (x^2 - 16) = 4x^2 - 1 - x^2 + 16 = 3x^2 + 15$
 $9x^2 - 6x + 1 - 2 \cdot (4x^2 - 1) = 9x^2 - 6x + 1 - 8x^2 + 2 = x^2 - 6x + 3$
 $3 \cdot (4 - x^2) + (x^2 - 10x + 25) \cdot (-2) = 12 - 3x^2 - 2x^2 + 20x - 50 = -5x^2 + 20x - 38$

6) a) $(100 + 3)^2 = 10\,000 + 600 + 9 = 10\,609$ b) $(40 + 6)^2 = 1600 + 480 + 36 = 2116$
 $(100 - 2)^2 = 10\,000 - 400 + 4 = 9604$ $(100 + 15) \cdot (100 - 15) = 10\,000 - 225 = 9775$
 $(70 + 3) \cdot (70 - 3) = 4900 - 9 = 4891$ $(70 + 5)^2 = 4900 + 700 + 25 = 5625$
 $(15 + 1) \cdot (15 - 1) = 225 - 1 = 224$ $(80 + 1)^2 = 6400 + 160 + 1 = 6561$

c) $(70 - 1)^2 = 4900 - 140 + 1 = 4761$ d) $(40 - 3)^2 = 1600 - 240 + 9 = 1369$
 $(80 + 1) \cdot (80 - 1) = 6400 - 1 = 6399$ $(25 + 4) \cdot (25 - 4) = 625 - 16 = 609$
 $(40 + 1) \cdot (40 - 1) = 1600 - 1 = 1599$ $(1000 - 3)^2 = 1\,000\,000 - 6000 + 9 = 994\,009$
 $(60 + 5)^2 = 3600 + 600 + 25 = 4225$ $(15 - 2) \cdot (15 + 2) = 225 - 4 = 221$

e) $(101 + 99) \cdot (101 - 99) = 200 \cdot 2 = 400$
 $(105 + 95) \cdot (105 - 95) = 200 \cdot 10 = 2000$
 $(235 + 234) \cdot (235 - 234) = 469 \cdot 1 = 469$
 $(53 + 47) \cdot (53 - 47) = 100 \cdot 6 = 600$

7 a) $(2 + 5a) \cdot (2 - 5a)$ c) / e) $(-b + 4) \cdot (-b - 4)$
 b) / d) $(-5 + a^2) \cdot (-5 - a^2)$ f) /

8 a) $(x - 4) \cdot (x + 4)$ b) $(1 + 2a) \cdot (-1 + 2a)$ c) $(x^2 - 1) \cdot (x^3 + 1)$ d) $(a - 2b) \cdot (-2b + a)$
 $(y - 2) \cdot (y + 3)$ $(2a - 3) \cdot (3 - 2a)$ $(-a^3 - 4) \cdot (a^3 - 4)$ $(2x - y) \cdot (y + 2x)$
 $(b + 3) \cdot (-b - 3)$ $(5 - 3x) \cdot (-5 - 3x)$ $(3x^3 - 2) \cdot (3x^3 + 2)$ $(-4a + b) \cdot (-4a - b)$

9 a) $1 - 9a^2$ b) $25a^2 - 4b^2$ c) $a^6 - 4$
 $9 - 16b^2$ $y^2 - 36x^2$ $25b^8 - 9$
 $4b^2 - 25$ $49x^2 - 4y^2$ $4a^2 - b^6$
 $25 - 4x^2$ $9a^2 - 16b^2$ $25a^4 - b^2$

10 a) $a^2 - 4a + 4$ b) $x^2 + 8x + 16$ c) $a^4 + 2a^2b^3 + b^6$ d) $a^2 + 6a + 9$
 $9a^2 - 30a + 25$ $25a^2 + 20ab + 4b^2$ $4a^4 - 4a^2b^3 + b^6$ $16a^2 + 24ab + 9b^2$
 $25 + 40a + 16a^2$ $4a^2 - 12ab + 9b^2$ $9a^2 - 12ab + 4b^2$ $49a^4 + 28a^2b + 4b^2$
 $49 - 14a + a^2$ $1 + 6c^2 + 9c^4$ $a^6 + 2a^3b^2 + b^4$ $16a^2 - 8ab + b^2$
 $4 - 12a + 9a^2$ $16a^2 - 40ab^2 + 25b^4$ $4a^4 - 12a^3 + 9a^2$ $a^4 + 6a^2b^2 + 9b^4$

11 a) $(2x - 1)^2$ b) $(1 + x) \cdot (1 - x)$ c) $(a + 4b)^2$ d) $(x + 2)^2$
 $(x + 5) \cdot (x - 5)$ $(ab - 1)^2$ $(5a + 1) \cdot (5a - 1)$ $(2x + 1)^2$
 $(3a + 4) \cdot (3a - 4)$ $(5x - 2)^2$ $(5 - 2a)^2$ $(3x^2 - 2)^2$
 $(3x + 2)^2$ $(3a + b) \cdot (3a - b)$ $(x + 1)^2$ $(6a^2b + c) \cdot (6a^2b - c)$

12 a) $(x - 1) \cdot (x - 1) = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$
 b) $a \cdot b - (a - x) \cdot (b - x) = ab - (ab - ax - bx + x^2) = ab - ab + ax + bx - x^2 = ax + bx - x^2$
 ou $x \cdot a + (b - x) \cdot x = ax + bx - x^2$
 ou $b \cdot x + (a - x) \cdot x = bx + ax - x^2$
 c) $(x - 2) \cdot (x - 2) = (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
 d) $(b - 4) \cdot a = ab - 4a$
 e) $(20 - 2x) \cdot (20 - 2x) = (20 - 2x)^2 = 400 - 80x + 4x^2$
 f) $3 \cdot 4 - x \cdot x - (4x - 1)^2 = 12 - x^2 - (16x^2 - 8x + 1) = 12 - x^2 - 16x^2 + 8x - 1 = -17x^2 + 8x + 11$

13 $(a + 3)^2 - a^2 = a^2 + 6a + 9 - a^2 = 6a + 9$
 ou $a \cdot 3 + a \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 3a + 3a + 9 = 6a + 9$
 ou $a \cdot 3 + 3 \cdot (a + 3) = 3a + 3a + 9 = 6a + 9$

Transférer

- 1** a) $(a + b)^2 = 10^2 = 100$ b) $(a - b)^2 = 3^2 = 9$ c) $(a + b) \cdot (a - b) = 10 \cdot 3 = 30$
- 2** a) $ab + a + b + 1 = ab + (a + b) + 1 = -8 + 2 + 1 = -5$
 b) $ab + 3a + 3b + 9 = ab + 3 \cdot (a + b) + 9 = -8 + 3 \cdot 2 + 9 = -8 + 6 + 9 = 7$
 c) $ab - a - b + 1 = ab - (a + b) + 1 = -8 - 2 + 1 = -9$
 d) $ab - 6a - 6b + 36 = ab - 6 \cdot (a + b) + 36 = -8 - 6 \cdot 2 + 36 = -8 - 12 + 36 = 16$
- 3** a) $a^2 - 1 = 25 - 1 = 24$ c) $a^2 - 16 = 25 - 16 = 9$
 b) $25 - b^2 = 25 - 9 = 16$ d) $b^2 - 49 = 9 - 49 = -40$
- 4** $86^2 = (85 + 1)^2 = 85^2 + 2 \cdot 85 \cdot 1 + 1^2 = 7225 + 170 + 1 = 7396$
 $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$
 Connaissant le carré d'un nombre n , pour trouver le carré du nombre qui lui est consécutif, il suffit donc de calculer la somme du carré de n , du double de n et de 1.
- 5** $(2n + 1) \cdot (2n + 3) + 1 = 4n^2 + 6n + 2n + 3 + 1 = 4n^2 + 8n + 4 = (2n + 2)^2 = (2 \cdot (n + 1))^2$ et $n + 1$ est un nombre naturel.
- 6** a) $(a + 2) \cdot (a - 2) = 45$ b) $(3a + 2) \cdot (3a - 2) = 32$
 $a^2 - 4 = 45$ $9a^2 - 4 = 32$
 $a^2 = 49$ $9a^2 = 36$
 $a = 7$ $a^2 = 4$
 $a = 2$
- La valeur négative ($a = -7$) est à rejeter, car la mesure d'une longueur est toujours positive. La valeur négative ($a = -2$) est à rejeter, car la mesure d'une longueur est toujours positive.
- 7** $4 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) = 96$
 $4 \cdot (x^2 - 1) = 96$
 $x^2 - 1 = 24$
 $x^2 = 25$
 $x^2 = 5$
- La valeur négative ($x = -5$) est à rejeter, car la mesure d'une longueur est toujours positive.
- 8** Aire totale des figures : $3 \cdot (4x + 3) + (2x)^2$
 $= 12x + 9 + 4x^2$
 $= (3 + 2x)^2$
 Aire du carré : $(3 + 2x)^2$
 Longueur du côté du carré : $3 + 2x$
- 9** Aire du rectangle : $(4x + 8) \cdot (x + 2) = 4x^2 + 8x + 8x + 16 = 4x^2 + 16x + 16 = (2x + 4)^2$
 Aire du carré : $(2x + 4)^2$
 Longueur du côté du carré : $2x + 4$

$$\begin{aligned}
 10 \quad & (x + 4)^2 - (x - 1)^2 = (2x + 3)^2 - (2x)^2 \\
 & x^2 + 8x + 16 - (x^2 - 2x + 1) = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 \\
 & x^2 + 8x + 16 - x^2 + 2x - 1 = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 \\
 & 10x + 15 = 12x + 9 \\
 & 15 - 9 = 12x - 10x \\
 & 6 = 2x \\
 & 3 = x
 \end{aligned}$$

Vérification :

$$\text{Aire colorée de la première figure : } (3 + 4)^2 - (3 - 1)^2 = 7^2 - 2^2 = 49 - 4 = 45$$

$$\text{Aire colorée de la deuxième figure : } (2 \cdot 3 + 3)^2 - (2 \cdot 3)^2 = (6 + 3)^2 - (2 \cdot 3)^2 = 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45$$

$$11 \quad \text{Aire de l'ancien terrain : } x^2$$

$$\text{Aire du nouveau terrain : } (x - 5) \cdot (x + 5) = x^2 - 25$$

La proposition n'est pas équitable car le nouveau terrain possède 25 m² de moins que l'ancien.

$$12 \quad \text{Aire de la base de la boîte : } (30 - 2x)^2 = 900 - 120x + 4x^2$$

$$\text{Volume de la boîte : } (900 - 120x + 4x^2) \cdot x = 900x - 120x^2 + 4x^3$$

