Connaître

1 Type de fonction D : 1er degré C : constante

Croissance de la fonction ↗ : croissante ↘ : décroissante C : constante

Droite	Équation de la droite	Type de la fonction associée à la droite	Pente de la droite	Croissance de la fonction	Droite parallèle à la droite …	Droite perpendiculaire à la droite …	Zéro	Ordonnée à l'origine	Coordonnées d'un point supplémentaire
d_1	$y = -3x + 6$	**D**	**–3**	↘	d_8		**2**	**6**	**(1 ; 3)**
d_2	$y = -2$	**C**	**0**	**C**	d_6		/	**–2**	**(1 ; –2)**
d_3	$y = -x$	**D**	**–1**	↘	d_7		**0**	**0**	**(1 ; –1)**
d_4	$y = -3 + 5x$	**D**	**5**	↗			$\frac{3}{5}$	**–3**	**(1 ; 2)**
d_5	$y = 2x$	**D**	**2**	↗	d_{10}		**0**	**0**	**(1 ; 2)**
d_6	$y = 7$	**C**	**0**	**C**	d_2		/	**7**	**(1 ; 7)**
d_7	$y = -1 - x$	**D**	**–1**	↘	d_3		**–1**	**–1**	**(1 ; –2)**
d_8	$y = -3x$	**D**	**–3**	↘	d_1		**0**	**0**	**(1 ; –3)**
d_9	$y = -4x + 3$	**D**	**–4**	↘		d_{11}	$\frac{3}{4}$	**3**	**(1 ; –1)**
d_{10}	$y = 5 + 2x$	**D**	**2**	↗	d_5		$-\frac{5}{2}$	**5**	**(1 ; 7)**
d_{11}	$y = \frac{x}{4}$	**D**	$\frac{1}{4}$	↗		d_9	**0**	**0**	**(4 ; 1)**
d_{12}	$y = \frac{2}{3}x - 2$	**D**	$\frac{2}{3}$	↗		d_{14}	**3**	**–2**	**(6 ; 2)**
d_{13}	$y = 3 - \frac{2}{3}x$	**D**	$-\frac{2}{3}$	↘			$\frac{9}{2}$	**3**	**(3 ; 1)**
d_{14}	$y = \frac{-3}{2}x - 6$	**D**	$-\frac{3}{2}$	↘		d_{12}	**–4**	**–6**	**(–2 ; –3)**
d_{15}	$y = \frac{1}{2}x - 3$	**D**	$\frac{1}{2}$	↗			**6**	**–3**	**(2 ; –2)**

Remarque : le point supplémentaire a été choisi de manière à être facilement repéré sur le graphique.

2 a) Faux, car la pente de la droite d'équation $y = 5 - 3x$ est **-3**.
b) Vrai
c) Faux, car le point $(-1 ; -2)$ appartient à la droite d'équation $y = x - 1$.
d) Faux, car la droite passant par les points $(1 ; 1)$ et $(3 ; 3)$ a une pente **égale à 1**.
e) Vrai
f) Faux, car la droite d'équation $x = 5$ est parallèle à **l'axe y**.
g) Vrai
h) Faux, car deux droites parallèles ont **la même pente**.
i) Vrai
j) Faux, car l'équation de toute droite parallèle à l'axe x s'écrit **$y = a$** $(a \in \mathbb{R})$.
k) Faux, car la croissance d'une fonction du premier degré $f : x \to y = mx + p$ dépend du signe de **m**.
l) Faux, car le zéro d'une fonction du premier degré $f : x \to y = mx + p$ est le **rapport $\frac{-p}{m}$**.

3 Le graphique de f_1 est la droite d.
Le graphique de f_2 est la droite c.
Le graphique de f_3 est la droite b.
Le graphique de f_4 est la droite e.
Le graphique de f_5 est la droite a.

4 $f_1 : x \to y = 2x + 4$

$f_2 : x \to y = -3x - 6$

$f_3 : x \to y = 3x$

$f_4 : x \to y = -x + 2$

x		-2	
y	+	0	–

x		0	
y	–	0	+

x		2	
y	+	0	–

x		-2	
y	—	0	+

5 Pour s'assurer qu'un point appartient au graphique d'une fonction, on regarde si ses coordonnées vérifient l'équation du graphique.

A $(2 ; 1)$ appartient au graphique de f car $1 = -2 \cdot 2 + 5$
$1 = -4 + 5$
$1 = 1$

B $(-3 ; -1)$ n'appartient pas au graphique de f car $-1 \neq -2 \cdot (-3) + 5$
$-1 \neq 6 + 5$
$-1 \neq 11$

Appliquer

1

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8
A				X			X	
B	X				X			
C						X		
D		X	X			X		
E					X			
F			X	X				X
G	X						X	

2 a) Graphique : voir ci-contre

b) Graphiquement

$V = 28\ cm^3 \Rightarrow m \cong 250\ g$

$V = 32\ cm^3 \Rightarrow m \cong 285\ g$

$V = 17\ 000\ mm^3 \Rightarrow m \cong 150\ g$

$V = 5\ cm^3 \Rightarrow m \cong 45\ g$

c) $y = 8{,}9x$

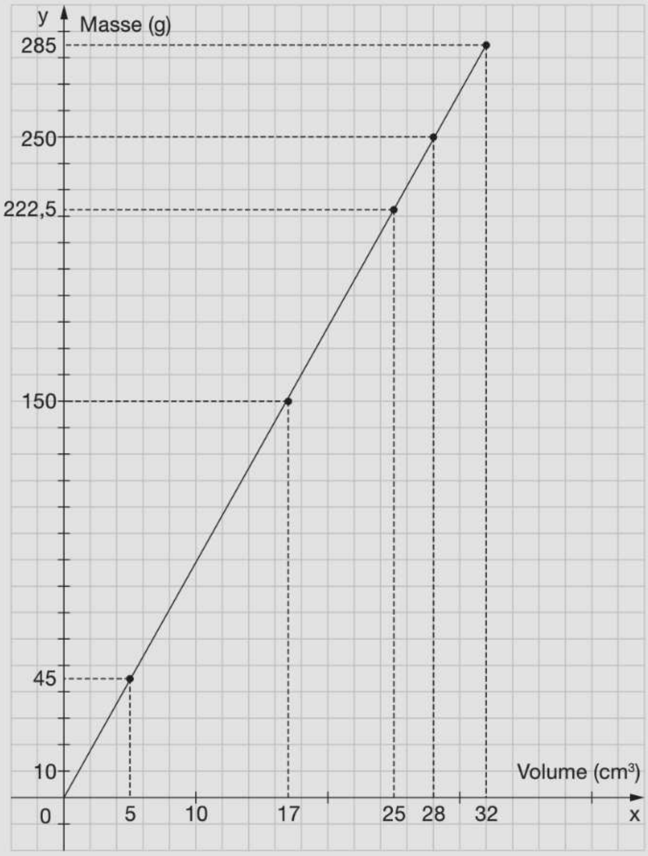
Par calculs

$V = 28\ cm^3 \Rightarrow m = 8{,}9 \cdot 28$
$m = 249{,}2\ g$

$V = 32\ cm^3 \Rightarrow m = 8{,}9 \cdot 32$
$m = 284{,}8\ g$

$V = 17\ 000\ mm^3 \Rightarrow m = 8{,}9 \cdot 17$
$m = 151{,}3\ g$

$V = 5\ cm^3 \Rightarrow m = 8{,}9 \cdot 5$
$m = 44{,}5\ g$



3 a) $j_1 : x \rightarrow y = 4x + 2$ $\quad j_2 : x \rightarrow y = 4x$ $\quad j_3 : x \rightarrow y = 3x$ $\quad j_4 : x \rightarrow y = 3x - 3$

b)

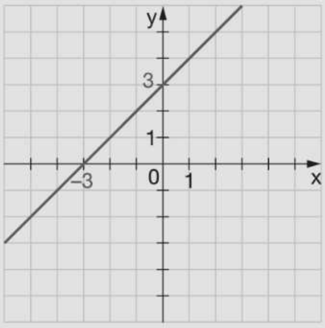
Marcheur	Vitesse	Heure de départ	Heure d'arrivée
1	4 km/h	23 h 30	2 h 30
2	4 km/h	minuit	3 h
3	3 km/h	minuit	4 h
4	3 km/h	1 h	5 h

4

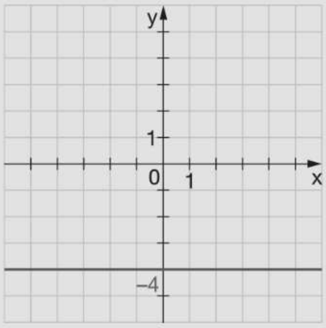
Expression algébrique	Zéro	Ordonnée à l'origine	Croissance
a) $y = x + 3$	–3	3	↗
b) $y = -4$	/	–4	C
c) $y = 2x$	0	0	↗
d) $x = 3y \Leftrightarrow y = \frac{x}{3}$	0	0	↗
e) $\frac{x}{y} = -2 \Leftrightarrow y = \frac{-x}{2}$	0	0	↘
f) $y = -x - 4$	–4	–4	↘
g) $x = \frac{y}{5} \Leftrightarrow y = 5x$	0	0	↗
h) $y = -\frac{3x}{4}$	0	0	↘
i) $x = \frac{y}{3} - 1 \Leftrightarrow y = 3 \cdot (x + 1) \Leftrightarrow y = 3x + 3$	–1	3	↗

Chapitre 10

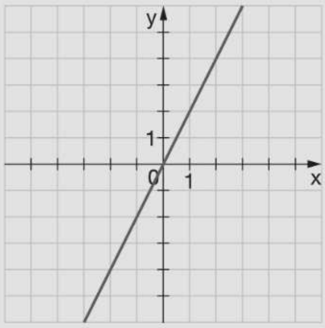
a)



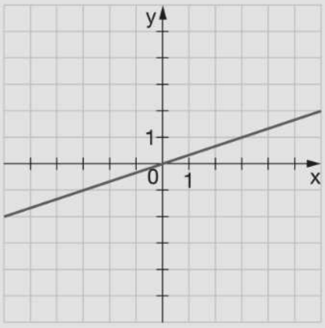
b)



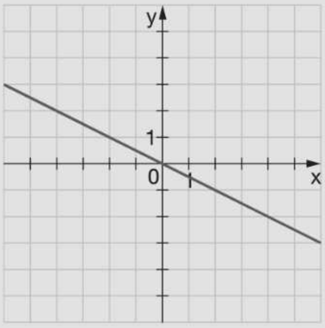
c)



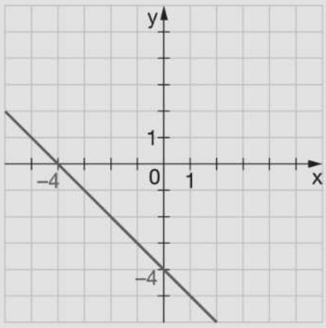
d)



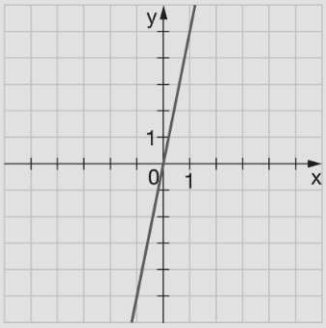
e)



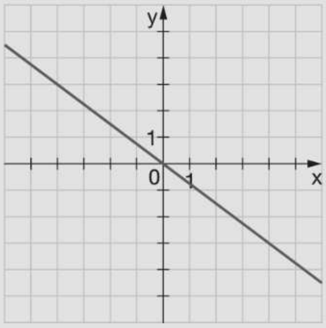
f)



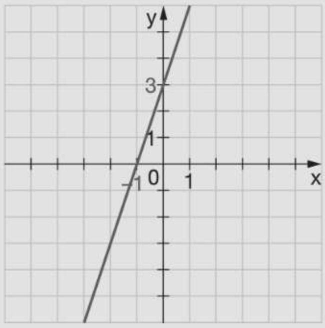
g)



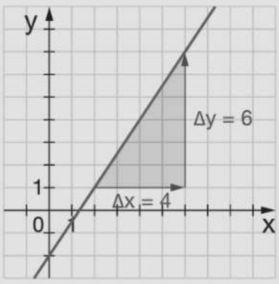
h)



i)

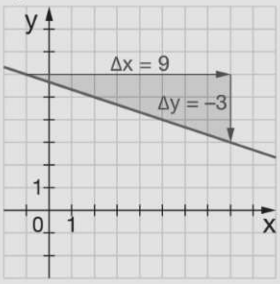


5 a)



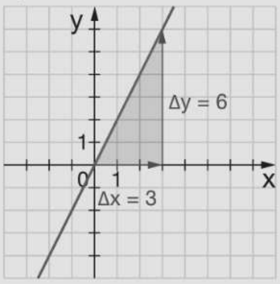
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

b)



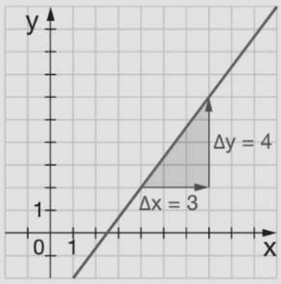
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$$

c)



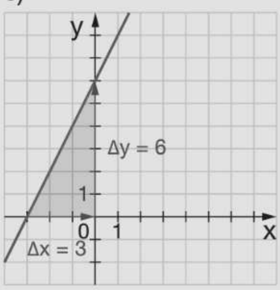
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{3} = 2$$

d)



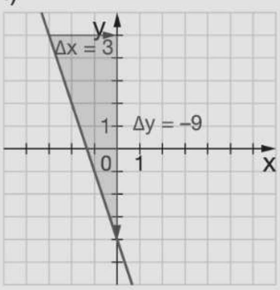
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{3}$$

e)



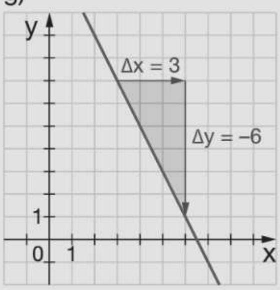
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{3} = 2$$

f)



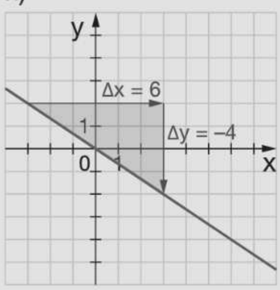
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-9}{3} = -3$$

g)



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-6}{3} = -2$$

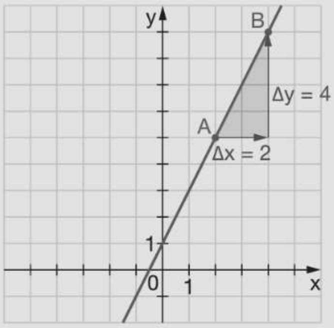
h)



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

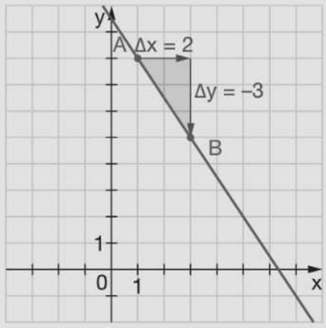
6 a) A (2 ; 5) et B (4 ; 9)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-5}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$



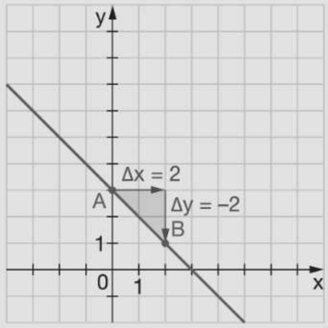
b) A (1 ; 8) et B (3 ; 5)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-8}{3-1} = \frac{-3}{2}$$



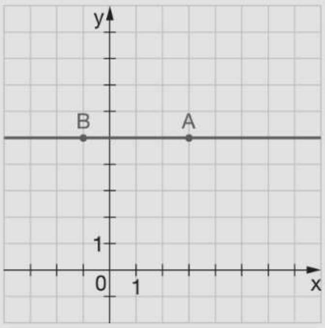
c) A (0 ; 3) et B (2 ; 1)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-3}{2-0} = \frac{-2}{2} = -1$$



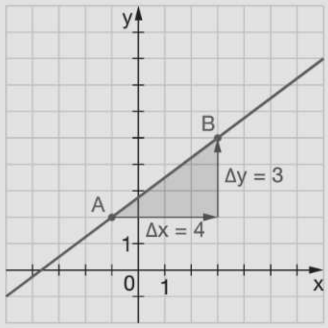
d) A (3 ; 5) et B (–1 ; 5)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-5}{-1-3} = \frac{0}{-4} = 0$$



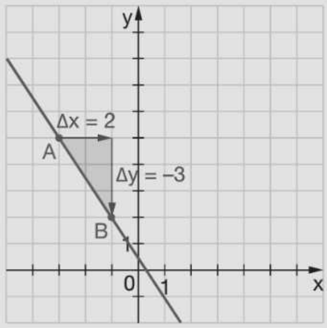
e) A (–1 ; 2) et B (3 ; 5)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-2}{3+1} = \frac{3}{4}$$



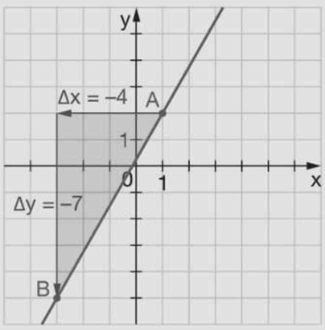
f) A (–3 ; 5) et B (–1 ; 2)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-5}{-1+3} = \frac{-3}{2}$$



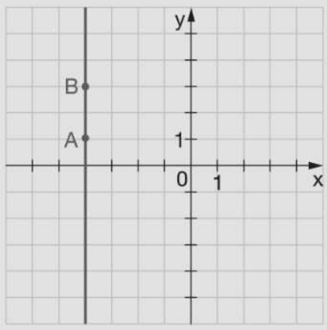
g) A (1 ; 2) et B (–3 ; –5)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5-2}{-3-1} = \frac{-7}{-4} = \frac{7}{4}$$



h) A (–4 ; 1) et B (–4 ; 3)

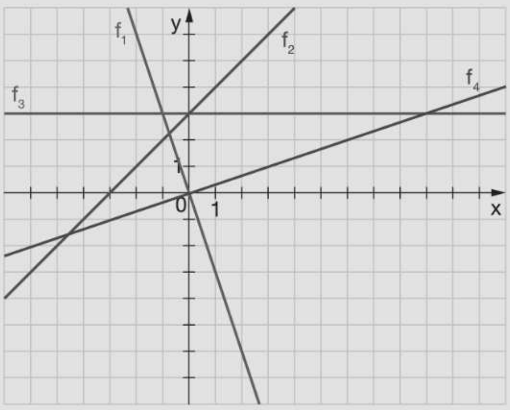
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-1}{-4+4} = \frac{2}{0} = ?$$



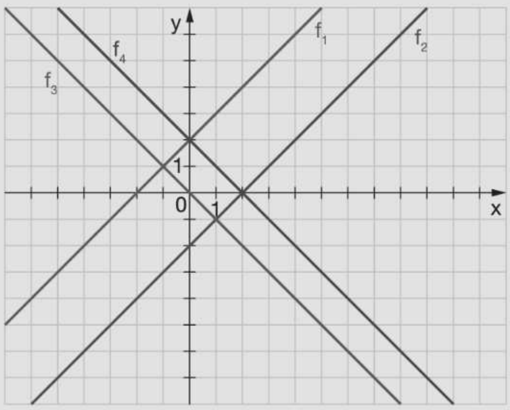
7

	Expression algébrique	Expression algébrique modifiée	Zéro	Ordonnée à l'origine	Croissance
a) (1)	$y + 2x = 5$	$y = -2x + 5$	$\frac{5}{2}$	5	↘
(2)	$3x + 6 - y = 0$	$y = 3x + 6$	-2	6	↗
(3)	$1 - 4x = 2x + y$	$y = -6x + 1$	$\frac{1}{6}$	1	↘
b) (1)	$4x + 2y = 6$	$y = -2x + 3$	$\frac{3}{2}$	3	↘
(2)	$6x + 3y = 5$	$y = -2x + \frac{5}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{3}$	↘
(3)	$3 - x = 3y - 1$	$y = \frac{-x}{3} + \frac{4}{3}$	4	$\frac{4}{3}$	↘
c) (1)	$2 \,.\, (x - 3) = 5y$	$y = \frac{2x}{5} - \frac{6}{5}$	3	$\frac{-6}{5}$	↗
(2)	$3 \,.\, (y - 2) = x$	$y = \frac{x}{3} + 2$	-6	2	↗
(3)	$3 \,.\, (x - 1) = 2 \,.\, (y + 3)$	$y = \frac{3x}{2} - \frac{9}{2}$	3	$\frac{-9}{2}$	↗
d) (1)	$\frac{3x + 1}{2} = \frac{y - 1}{3}$	$y = \frac{9x}{2} + \frac{5}{2}$	$\frac{-5}{9}$	$\frac{5}{2}$	↗
(2)	$\frac{2 \,.\, (y - 1)}{5} = x$	$y = \frac{5x}{2} + 1$	$\frac{-2}{5}$	1	↗
(3)	$\frac{1 - y}{3} = \frac{x + 2}{2}$	$y = \frac{-3x}{2} - 2$	$\frac{-4}{3}$	-2	↘

8 a)



b)



9 Détermination des pentes des droites

$m_a = \frac{9 - 5}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$ $\quad m_b = \frac{-1 - 5}{3 - 1} = \frac{-6}{2} = -3$ $\quad m_c = \frac{4 - 1}{5 - 2} = \frac{3}{3} = 1$ $\quad m_d = \frac{7 - 5}{2 + 1} = \frac{2}{3}$

$m_e = \frac{-4 - 5}{4 + 2} = \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}$ $\quad m_f = \frac{5 - 2}{2 - 4} = \frac{3}{-2} = \frac{-3}{2}$ $\quad m_g = \frac{5 + 1}{-1 + 4} = \frac{6}{3} = 2$ $\quad m_h = \frac{6 - 3}{1 + 2} = \frac{3}{3} = 1$

$m_i = \frac{3 + 1}{7 - 1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $\quad m_j = 2$ $\quad m_k = -3$ $\quad m_l = \frac{-1}{2}$ $\quad m_m = 0$ $\quad m_n = 0$

Conclusions

$m_a = m_g = 2 \Rightarrow a // g$ $\quad m_c = m_h = 1 \Rightarrow c // h$ $\quad m_e = m_f = \frac{-3}{2} \Rightarrow e // f$

$m_d = m_i = \frac{2}{3} \Rightarrow d // i$ $\quad m_b = m_k = -3 \Rightarrow b // k$ $\quad m_m = m_n = 0 \Rightarrow m // n$

10
a) $m_a = -2$ et $m_b = 2 \Rightarrow a \not\parallel b$

b) $m_a = 5$ et $m_b = 5 \Rightarrow a // b$

c) $m_a = -3$ et $m_b = \frac{1}{3} \Rightarrow a \perp b$

d) $m_a = \frac{3}{4}$ et $m_b = \frac{-3-1}{-1-2} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} \Rightarrow a \not\parallel b$

e) $m_a = \frac{2}{3}$ et $m_b = \frac{2+2}{8-2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow a // b$

f) $m_a = \frac{-1}{2}$ et $m_b = \frac{-3-1}{-4+2} = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow a \perp b$

g) $m_a = -3$ et $m_b = \frac{1}{3} \Rightarrow a \perp b$

h) $m_a = -1$ et $m_b = 3 \Rightarrow a \not\parallel b$

i) $m_a = \frac{-2}{3}$ et $m_b = \frac{-3}{2} \Rightarrow a \not\parallel b$

j) $a \equiv y = 2$ et $b \equiv y = 3 \Rightarrow a // b$

k) $a \equiv y = 2$ et $b \equiv x = 1 \Rightarrow a \perp b$

11
$a \equiv y = 3x + 5$ $\quad b \equiv y = -2x - 4$ $\quad c \equiv y = \frac{3}{4}x$ $\quad d \equiv y = \frac{-5}{3}x + 5$

$e \equiv y = 3x - 9$ $\quad f \equiv y = x + 5$ $\quad g \equiv x = -3$ $\quad h \equiv y = 2$

$i \equiv y = x$ $\quad j \equiv y = 5x - 15$ $\quad k \equiv y = -2x + 2$ $\quad l \equiv y = \frac{-2}{3}x - 2$

$m \equiv y = \frac{-1}{2}x - 1$ $\quad n \equiv y = x + 5$ $\quad o \equiv y = \frac{5}{2}x + \frac{15}{2}$ $\quad p \equiv y = -3$

$q \equiv x = -1$ $\quad r \equiv y = 0$

12
a) $d \equiv y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ $\quad$ b) $d \equiv y = \frac{-2}{5}x - 1$ $\quad$ c) $d \equiv y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{10}$

d) $d \equiv y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$ $\quad$ e) $d \equiv y = \frac{-1}{2}x - 2$ $\quad$ f) $d \equiv y = \frac{-7}{3}x + \frac{8}{3}$

g) $d \equiv y = \frac{4}{5}x - \frac{2}{5}$ $\quad$ h) $d \equiv y = \frac{3}{5}x - \frac{7}{10}$ $\quad$ i) $d \equiv y = 2x - \frac{13}{6}$

j) $d \equiv y = \frac{-2}{5}x + \frac{6}{5}$ $\quad$ k) $d \equiv y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{8}$

l) $d \equiv y = \frac{4}{3}x - \frac{7}{18}$ $\quad$ m) $d \equiv y = -x - \frac{7}{20}$

Transférer

1 a) Graphiquement

(1) Environ 32 litres (2) Environ 27 secondes

b) Équation de la droite : $y = mx + p$

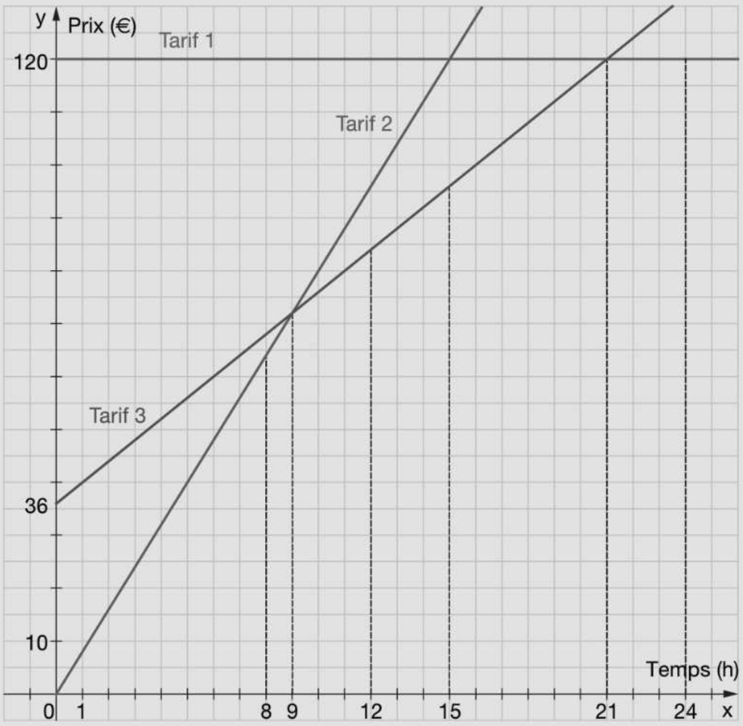
La droite passe par les points (0 ; 5) et (10 ; 20). La pente vaut $\frac{20-5}{10-0} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$.

L'ordonnée à l'origine vaut 5.

La droite a pour équation $y = \frac{3}{2}x + 5$.

Si $x = 18$, alors $y = \frac{3}{2} \cdot 18 + 5 = 32$. Si $y = 45$, alors $45 = \frac{3}{2}x + 5 \Rightarrow x = \frac{80}{3} = 26{,}666...$

2 a) Graphique



b) (1) Tarif le plus avantageux pour …

Jean : le tarif 1

Nicolas : le tarif 2

Mélanie : le tarif 3

(2) Tarif le plus avantageux suivant le nombre d'heures de location :

Moins de 9 h : tarif 2

Entre 9 h et 21 h : tarif 3

Plus de 21 h : tarif 1

3 a) 1^er^ système de cotation : $y = 20 - x$

2^e^ système de cotation : $y = 20 - 0{,}5x$

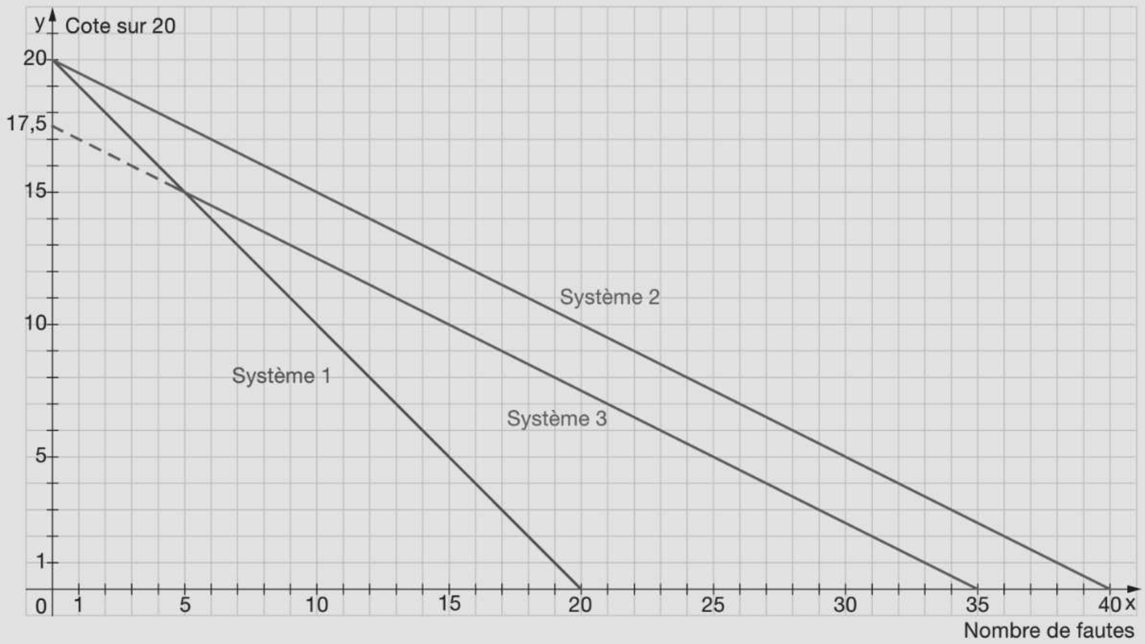
3^e^ système de cotation : $y = 20 - x$ si $x \leqslant 5$

$y = 15 - 0{,}5 \cdot (x - 5)$ si $x > 5$

$y = 15 - 0{,}5x + 2{,}5$

$y = -0{,}5x + 17{,}5$

b)



c) (1)

Nombre de fautes	Cote (système 1)	Cote (système 2)	Cote (système 3)
3	17/20	18,5/20	17/20
10	10/20	15/20	12,5/20
17	3/20	11,5/20	9/20
22	0/20	9/20	6,5/20
37	0/20	1,5/20	0/20

(2)

Cote	Nombre de fautes (système 1)	Nombre de fautes (système 2)	Nombre de fautes (système 3)
10/20	10	20	15
13/20	7	14	9
0/20	minimum 20	minimum 40	minimum 35
7/20	13	26	21

4 Formule d'abonnement : équation de la droite passant par les points (60 ; 21) et (120 ; 27)

$$\left.\begin{array}{l} m = \dfrac{27-21}{120-60} = \dfrac{6}{60} = 0{,}1 \Rightarrow y = 0{,}1x + p \\ (60\,;21) \in \text{droite} \Rightarrow 21 = 0{,}1 \,.\, 60 + p \Rightarrow p = 15 \end{array}\right\} \text{Équation de la droite : } y = 0{,}1x + 15$$

a) Montant de la facture du mois de juin : $0{,}1 \,.\, 72 + 15 = 22{,}20$ €

b) Montant de la facture de juillet : 15 €

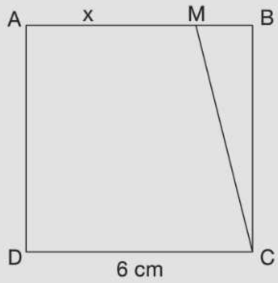
5 a) $y = 24\,500 - 700x$

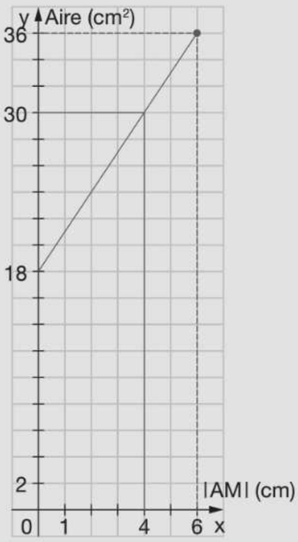
b) Stock après 5 jours : $24\,500 - 5 \,.\, 700 = 21\,000$
Stock après 10 jours : $24\,500 - 10 \,.\, 700 = 17\,500$
Stock après 20 jours : $24\,500 - 20 \,.\, 700 = 10\,500$

c) $4200 = 24\,500 - 700x \Rightarrow x = 29$
L'entreprise devra passer commande après 29 jours, soit le 30 mars.

d) $y = (10\,000 + (24\,500 - 34 \,.\, 700)) - 700 \,.\, (x - 34)$
$y = 10\,700 - 700 \,.\, (x - 34)$

6





a) Aire AMCD : $f(x) = \dfrac{(x+6) \,.\, 6}{2} = (x+6) \,.\, 3$

b) L'aire est définie si $0 \leqslant x \leqslant 6$

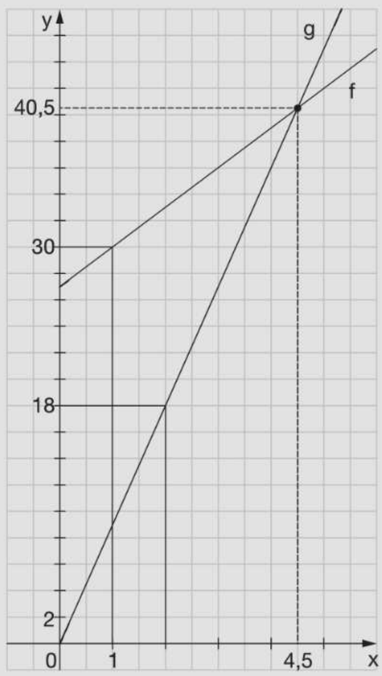
c) Graphique : ci-contre

d) (1) Si $y = 30$ cm^2, alors $x = 4$ cm

(2) Aire AMCD maximale si $x = 6$ cm.
Elle vaut 36 cm^2 et AMCD est un carré.

(3) Aire AMCD minimale si $x = 0$ cm.
Elle vaut 18 cm^2 et ACD est un triangle rectangle isocèle.

7 Aire du trapèze : $f(x) = \dfrac{(x+9) \,.\, 6}{2} \Rightarrow f(x) = 3x + 27$



Aire du triangle : $g(x) = \dfrac{6x \,.\, 3}{2} \Rightarrow g(x) = 9x$

a) L'aire du trapèze et celle du triangle sont égales pour $x = 4{,}5$ cm.

Vérification algébrique

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 3x + 27 = 9x \Leftrightarrow 27 = 6x \Leftrightarrow x = 4{,}5$ cm

b) (1) $f(x) > 30$ cm^2 $\Leftrightarrow x > 1$ cm

(2) $g(x) \leqslant 18$ cm^2 $\Leftrightarrow x \leqslant 2$ cm

8 Expression algébrique de la fonction : $y = mx + p$

$m = \dfrac{290 - 200}{70 - 40} = \dfrac{90}{30} = 3 \Rightarrow y = 3x + p$

Le couple (40 ; 200) est un couple de la fonction : $200 = 3 \,.\, 40 + p \Rightarrow p = 80$
Expression algébrique : $y = 3x + 80$
Montant de la facture du mois de juillet : $y = 3 \,.\, 85 + 80 \Rightarrow y = 335$

9 a) (2 ; 1) appartient au graphique de f $\Rightarrow 1 = 2 \,.\, 2 + p \Rightarrow p = -3$ La fonction est $y = 2x - 3$

b) -1 est le zéro de f $\Rightarrow 0 = 2 \,.\, (-1) + p \Rightarrow p = 2$ La fonction est $y = 2x + 2$

Chapitre 10

10 a) (4 ; –4) appartient au graphique de f $\Rightarrow -4 = m \cdot 4 - 2$

$\Rightarrow m = -\frac{1}{2}$ La fonction est $y = -\frac{1}{2}x - 2$

b) 4 est la racine de f $\Rightarrow 0 = m \cdot 4 - 2 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$ La fonction est $y = \frac{1}{2}x - 2$

11 $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ et $y = \frac{-2}{m}x + \frac{3}{m}$

a) Les droites sont parallèles si $\frac{3}{2} = \frac{-2}{m} \Leftrightarrow m = \frac{-4}{3}$

b) Les droites sont perpendiculaires si $\frac{3}{2} \cdot \frac{-2}{m} = -1 \Leftrightarrow m = 3$

12 $y = \frac{3m-1}{2}x + \frac{5}{2}$ et $y = (m+2) \cdot x + 2$

a) Les droites sont parallèles si $\frac{3m-1}{2} = m + 2 \Leftrightarrow m = 5$

b) Les droites sont perpendiculaires si $\frac{3m-1}{2} \cdot (m+2) = -1 \Leftrightarrow 3m^2 + 5m = 0$

$\Leftrightarrow m \cdot (3m+5) = 0$

$\Leftrightarrow m = 0$ ou $m = -\frac{5}{3}$

13 a) $AB \equiv y = -2x + 1$ C (–1 ; 4) $\notin$ AB car $4 \neq -2 \cdot (-1) + 1$ A, B et C ne sont pas alignés.

b) $AB \equiv y = \frac{-1}{2}x + 3$ C (6 ; 0) $\in$ AB car $0 = \frac{-6}{2} + 3$ A, B et C sont alignés.

c) $AB \equiv y = x + \frac{1}{2}$ $C\left(\frac{1}{2} ; 1\right) \in AB$ car $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ A, B et C sont alignés.

d) $AB \equiv y = \frac{5}{2}$ $C\left(4 ; \frac{3}{2}\right) \notin AB$ car $\frac{3}{2} \neq \frac{5}{2}$ A, B et C ne sont pas alignés.

14 a) $AB \equiv x = 5$ et $CD \equiv x = 1$ $\Rightarrow AB \mathbin{/\!/} CD$

$m_{BC} = \frac{3}{4}$ et $m_{DA} = \frac{3}{4}$ $\Rightarrow BC \mathbin{/\!/} DA$

$\Rightarrow$ ABCD est un parallélogramme.

b) $m_{AB} = \frac{1}{4}$ et $m_{CD} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow AB \mathbin{/\!/} CD$

$m_{BC} = \frac{5}{9}$ et $m_{DA} = \frac{4}{5}$ $\Rightarrow BC \not\parallel DA$

$\Rightarrow$ ABCD n'est pas un parallélogramme.

c) $m_{AB} = -1$ et $m_{CD} = -1$ $\Rightarrow AB \mathbin{/\!/} CD$

$m_{BC} = 1$ et $m_{DA} = 1$ $\Rightarrow BC \mathbin{/\!/} DA$

$\Rightarrow$ ABCD est un parallélogramme.

d) $m_{AB} = \frac{2}{5}$ et $m_{CD} = \frac{3}{7}$ $\Rightarrow AB \not\parallel CD$

$m_{BC} = \frac{-1}{2}$ et $m_{DA} = -1$ $\Rightarrow BC \not\parallel DA$

$\Rightarrow$ ABCD n'est pas un parallélogramme.

15 Pour que ABCD soit un parallélogramme, il faut AB // CD et AD // BC.

$$m_{AB} = \frac{2-3}{5+2} = \frac{-1}{7} \quad \text{et} \quad m_{CD} = \frac{r+3}{-4-3} = \frac{r+3}{-7}$$

$$m_{AB} = m_{CD} \Leftrightarrow \frac{-1}{7} = \frac{r+3}{-7} \Leftrightarrow 7r + 21 = 7 \Leftrightarrow r = -2$$

On peut vérifier que $m_{AD} = m_{BC}$.

$$m_{AD} = \frac{-2-3}{-4+2} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2} \quad \text{et} \quad m_{BC} = \frac{-3-2}{3-5} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$

16 a) Médiane AM

Coordonnées du milieu M de [BC] $= \left(\frac{3-1}{2} ; \frac{2+4}{2}\right) = (1 ; 3)$

$\boxed{AM \equiv x = 1}$

Médiane BN

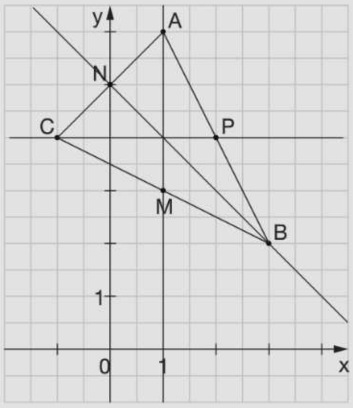
Coordonnées du milieu N de [AC] $= \left(\frac{1-1}{2} ; \frac{6+4}{2}\right) = (0 ; 5)$

$m_{BN} = \frac{5-2}{0-3} = \frac{3}{-3} = -1$ $\quad \boxed{BN \equiv y = -x + 5}$

Médiane CP

Coordonnées du milieu P de [AB] $= \left(\frac{3+1}{2} ; \frac{6+2}{2}\right) = (2 ; 4)$

$\boxed{CP \equiv y = 4}$



b) La médiatrice m_1 de [AB] passe par le milieu M de [AB] et lui est perpendiculaire.

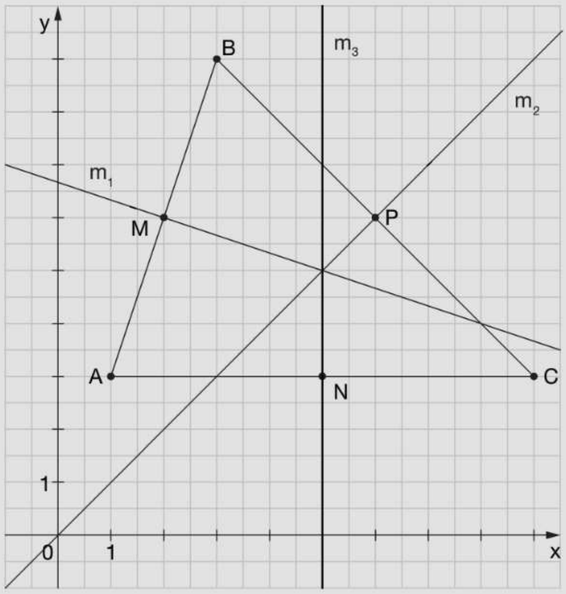
$m_{AB} = \frac{9-3}{3-1} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow$ pente de $m_1 = \frac{-1}{3}$

Coordonnées du milieu M de [AB]

$= \left(\frac{3+1}{2} ; \frac{9+3}{2}\right) = (2 ; 6)$

m_1 passe par (2 ; 6) et sa pente vaut $\frac{-1}{3}$

$\Rightarrow \boxed{m_1 \equiv y = \frac{-1}{3}x + \frac{20}{3}}$



La médiatrice m_2 de [BC] passe par le milieu P de [BC] et lui est perpendiculaire.

$m_{BC} = \frac{3-9}{9-3} = \frac{-6}{6} = -1$

$\Rightarrow$ pente de $m_2 = 1$

Coordonnées du milieu P de [BC] $= \left(\frac{3+9}{2} ; \frac{9+3}{2}\right) = (6 ; 6)$

m_2 passe par (6 ; 6) et sa pente vaut 1 $\Rightarrow$ $\boxed{m_2 \equiv y = x}$

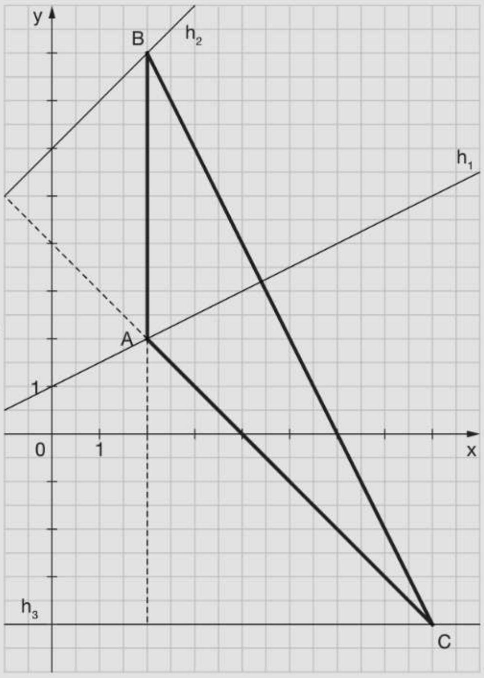
La médiatrice m_3 de [AC] passe par le milieu N de [AC] et lui est perpendiculaire.

$m_{AC} = \frac{3-3}{9-1} = \frac{0}{8} = 0 \Rightarrow$ la médiatrice m_3 est parallèle à l'axe y.

Coordonnées du milieu N de [AC] = $\left(\frac{1+9}{2}\ ;\ \frac{3+3}{2}\right) = (5\ ;\ 3)$

m_3 passe par (5 ; 3) et est parallèle à l'axe y $\Rightarrow$ $\boxed{m_3 \equiv x = 5}$

c) La hauteur h_1 issue de A (2 ; 2) est perpendiculaire à [BC].



$m_{BC} = \frac{-4-8}{8-2} = \frac{-12}{6} = -2 \Rightarrow$ pente de $h_1 = \frac{1}{2}$

h_1 passe par (2 ; 2) et sa pente vaut $\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{h_1 \equiv y = \frac{1}{2}x + 1}$

La hauteur h_2 issue de B (2 ; 8) est perpendiculaire à [AC].

$m_{AC} = \frac{-4-2}{8-2} = \frac{-6}{6} = -1 \Rightarrow$ pente de $h_2 = 1$

h_2 passe par (2 ; 8) et sa pente vaut 1

$\Rightarrow \boxed{h_2 \equiv y = x + 6}$

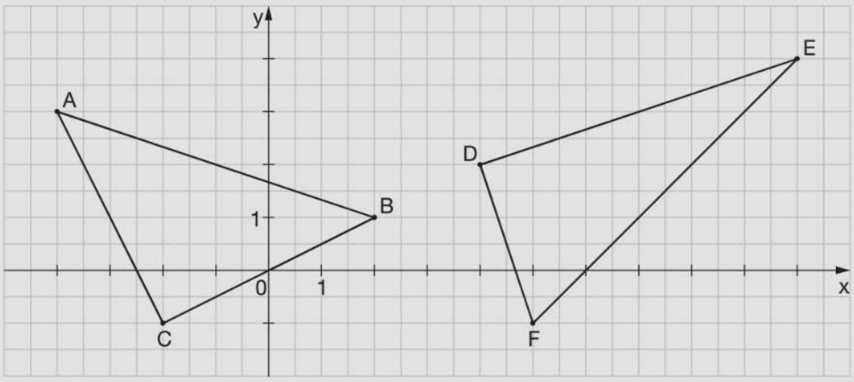
La hauteur h_3 issue de C (8 ; –4) est perpendiculaire à [AB].

$$\left.\begin{array}{r} AB \equiv x = 2 \Rightarrow AB \perp Ox \\ \text{Or, } h_3 \perp Ox \end{array}\right\} \Rightarrow h_3 \,//\, Ox$$

h_3 passe par (8 ; –4) et sa pente est nulle

$\Rightarrow \boxed{h_3 \equiv y = -4}$

17



Nature du triangle ABC

$$\left.\begin{array}{l} |AB| = \sqrt{(2+4)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{40} \\ |BC| = \sqrt{(-2-2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{20} \\ |AC| = \sqrt{(-2+4)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{20} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{le triangle ABC est isocèle en C.}$$

$m_{AB} = \dfrac{1-3}{2+4} = \dfrac{-2}{6} = \dfrac{-1}{3}$ $\quad m_{BC} = \dfrac{-1-1}{-2-2} = \dfrac{-2}{-4} = \dfrac{1}{2}$ $\quad m_{AC} = \dfrac{-1-3}{-2+4} = \dfrac{-4}{2} = -2$

$m_{BC} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow$ BC et AC sont perpendiculaires

$\Rightarrow$ le triangle ABC est rectangle en C.

Le triangle ABC est isocèle rectangle en C.

Nature du triangle DEF

$$\left.\begin{array}{l} |DE| = \sqrt{(10-4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{40} \\ |DF| = \sqrt{(5-4)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{10} \\ |EF| = \sqrt{(5-10)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{50} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{le triangle DEF est scalène.}$$

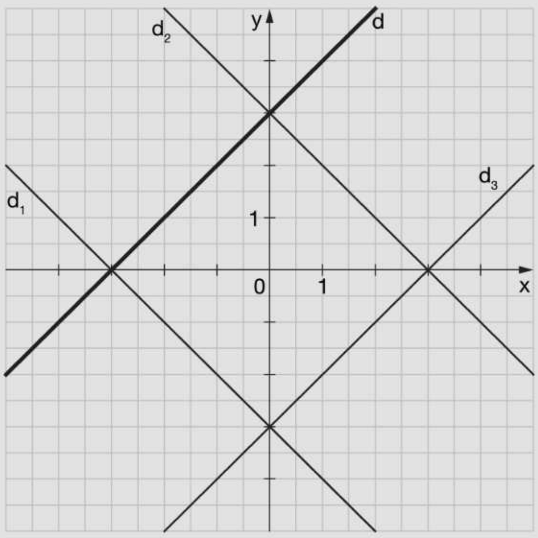
$m_{DE} = \dfrac{4-2}{10-4} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$ $\quad m_{EF} = \dfrac{-1-4}{5-10} = \dfrac{-5}{-5} = 1$ $\quad m_{DF} = \dfrac{-1-2}{5-4} = \dfrac{-3}{1} = -3$

$m_{DE} \cdot m_{DF} = -1 \Rightarrow$ DE et DF sont perpendiculaires

$\Rightarrow$ Le triangle DEF est rectangle en D.

Le triangle DEF est scalène rectangle en D.

18 $d \equiv y = x + 3 \Rightarrow$ d passe par les points (0 ; 3) et (–3 ; 0).



a) (1) d_1 passe par les points (0 ; –3) et (–3 ; 0)

$\Rightarrow \boxed{d_1 \equiv y = -x - 3}$

(2) d_2 passe par les points (0 ; 3) et (3 ; 0)

$\Rightarrow \boxed{d_2 \equiv y = -x + 3}$

(3) d_3 passe par les points (0 ; –3) et (3 ; 0)

$\Rightarrow \boxed{d_3 \equiv y = x - 3}$

b) Les droites d_1 et d_2 sont perpendiculaires à la droite d.

En effet, $m_d \cdot m_{d_1} = 1 \cdot (-1) = -1$ et
$m_d \cdot m_{d_2} = 1 \cdot (-1) = -1$

La droite d_3 est parallèle à la droite d.

En effet, $m_d = m_{d_3} = 1$