

# Chapitre 10

## Retour aux transformations du plan

### Tableaux de compétences

#### Libre

##### Les mouvements dans le plan

- 36 Comprendre et utiliser, dans leur contexte, des termes usuels propres à la géométrie plane.
- 37 Comparer des figures et reconnaître la transformation qui les associe.
- 38 Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins ou de figures, reconnaître et caractériser une translation, une symétrie orthogonale, une symétrie centrale.
- 39 Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins, relever la présence d'invariants fondamentaux.
- 40 Justifier par des invariants la conservation d'une propriété d'une figure lorsqu'elle subit une transformation.
- 41 Décrire les différentes étapes de la construction de l'image d'une figure par une transformation.
- 44 Construire aux instruments l'image de figures par une translation, une symétrie axiale, une symétrie centrale en utilisant diverses propriétés de ces transformations.

##### Mesure des angles

- 70 Dédurre des mesures d'angles à l'aide de propriétés dans des situations simples.

#### Officiel

##### Transformations du plan

- 84 Reconnaître l'isométrie qui permet de passer de l'objet à son image.
- 85 Déterminer le ou les éléments caractéristiques de chacune de ces isométries.
- 86 Reconnaître les isométries du plan dans les frises, pavages, papiers peints et rosaces.
- 87 Reconnaître les invariants communs aux quatre isométries : conservation de l'alignement, de la longueur d'un segment, de l'amplitude d'un angle, du parallélisme.
- 88 Construire aux instruments l'image de figures par une translation, une symétrie orthogonale, une symétrie centrale.

# Activité 1 Retour aux transformations !

1

Dans la mosaïque composée d'étoiles, quelle transformation du plan faut-il faire subir au triangle 1 pour passer...

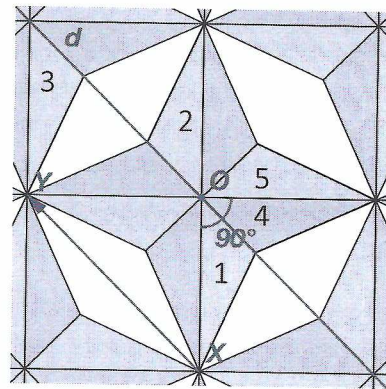
au triangle 2 ? une symétrie centrale (rotation de 180°)

au triangle 3 ? une translation

au triangle 4 ? une symétrie orthogonale

au triangle 5 ? une rotation de 90°

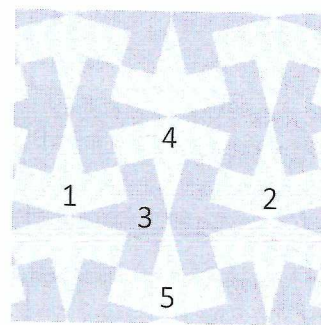
Pour chaque transformation, détermine son élément caractéristique.



2

Indique par une croix la transformation du plan qui applique...

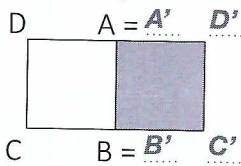
|                              | Translation | Symétrie orthogonale | Rotation | Symétrie centrale |
|------------------------------|-------------|----------------------|----------|-------------------|
| la figure 1 sur la figure 2. | X           | X                    |          |                   |
| la figure 1 sur la figure 3. |             |                      | X        |                   |
| la figure 4 sur la figure 5. |             | X                    | X        | X                 |
| la figure 2 sur la figure 5. | X           |                      |          |                   |



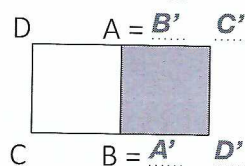
3

Nomme A', B', C' et D' les sommets du carré coloré pour qu'il soit l'image du carré ABCD par ...

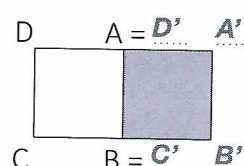
une symétrie orthogonale.



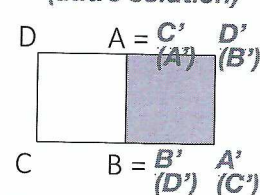
une symétrie centrale.



une translation.



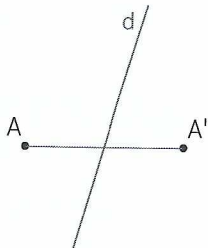
une rotation. (autre solution)



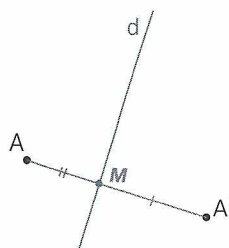
# Activité 2 Symétrie orthogonale

1

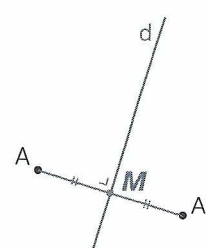
Trois élèves ont construit l'image du point A par la symétrie orthogonale d'axe d. Les dessins ci-dessous représentent leur solution; sont-elles exactes ? Justifie ta réponse.



La réponse est inexacte car  $[AA'] \not\perp d$



La réponse est inexacte car  $|AM| \neq |MA'|$



La réponse est exacte car  $[AA'] \perp d$  et  $|AM| = |MA'|$



Le point A' est l'image du point A par la symétrie orthogonale d'axe d se note  $A' = S_d(A)$



2

Construis l'image du point A par la symétrie orthogonale d'axe d et décris les différentes étapes de ta construction.

1° Par le point A, construire la droite p

perpendiculaire à la droite d.

2° Nommer M, le point d'intersection

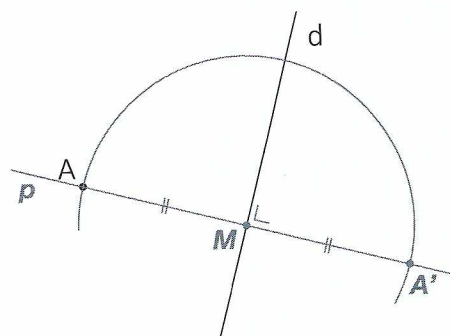
des droites d et p.

3° Tracer un arc de cercle de centre M

et de rayon |MA|.

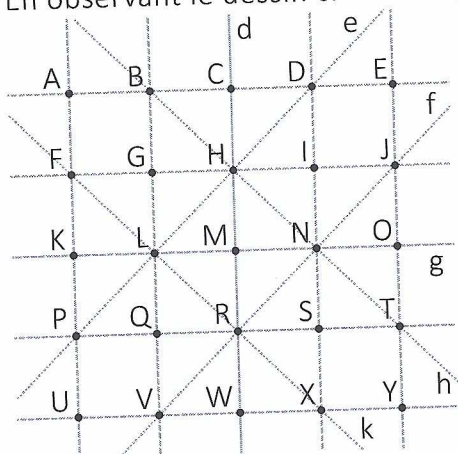
4° Nommer A', le second point d'intersection

de cet arc et de la droite p.



3

En observant le dessin ci-dessous, complète les égalités.



$S_d(F) = J$

$S_g(V) = B$

$S_{CM}(J) = F$

$S_{RT}(Q) = Q$

$S_{BV}(M) = K$

$S_h(G) = C$

$S_e(R) = F$

$S_k(W) = S$

$S_f(Y) = G$

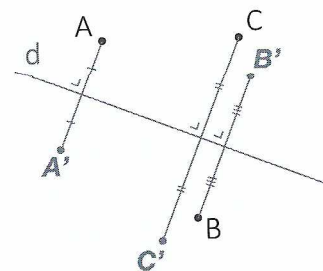
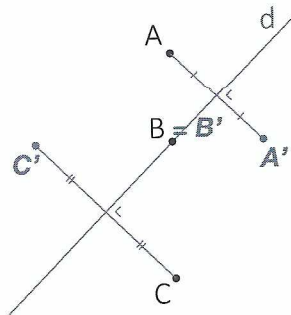
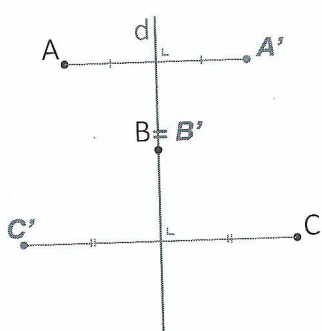
$S_{AS}(P) = D$

$S_{UM}(F) = X$

$S_{KW}(U) = M$

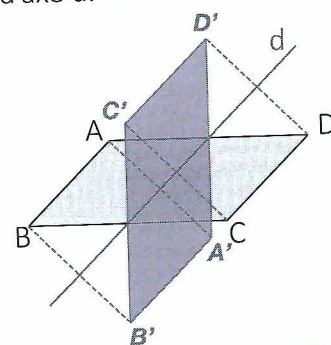
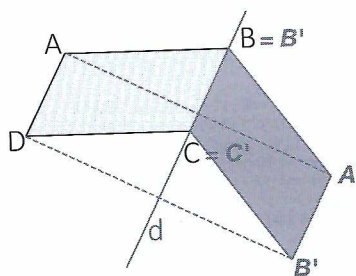
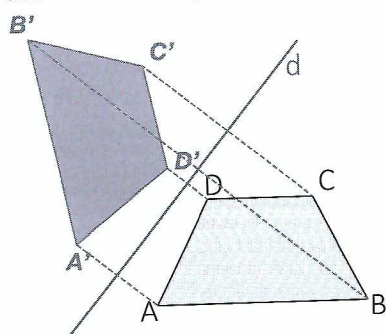
4

Dans chaque cas, construis  $A' = S_d(A)$ ,  $B' = S_d(B)$  et  $C' = S_d(C)$ .



5

Construis l'image de chaque figure par la symétrie orthogonale d'axe d.



# Activité 3 Symétrie centrale

1

Trois élèves ont construit l'image du point A par la symétrie centrale de centre C. Les dessins ci-dessous représentent leur solution; sont-elles exactes ? Justifie ta réponse.



La réponse est exacte car

$C \in [AA']$  (les points A, A' et C sont alignés) et

$|AC| = |CA'|$ .



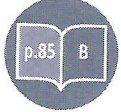
La réponse est inexacte

car  $|AC| \neq |CA'|$ .



La réponse est inexacte

car  $C \notin [AA']$  (les points A, A' et C ne sont pas alignés).



2

Le point A' est l'image du point A par la symétrie centrale de centre C se note  $A' = S_C(A)$ .

Construis l'image du point A par la symétrie centrale de centre C et décris les différentes étapes de ta construction.

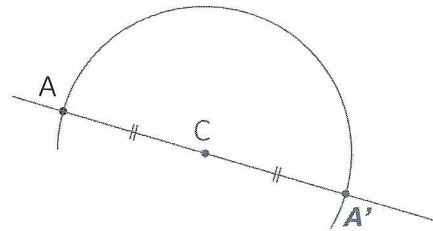
1° Tracer la droite passant par les points A et C.

2° Tracer un arc de cercle de centre C

et de rayon  $|CA|$ .

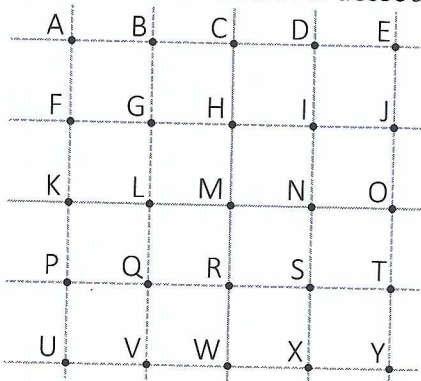
3° Nommer A', le second point d'intersection

de cet arc et de la droite AC.



3

En observant le dessin ci-dessous, complète les égalités.



$S_I(D) = N$

$S_G(A) = M$

$S_R(P) = T$

$S_Q(K) = W$

$S_M(C) = W$

$S_N(T) = H$

$S_O(O) = O$

$S_R(Y) = K$

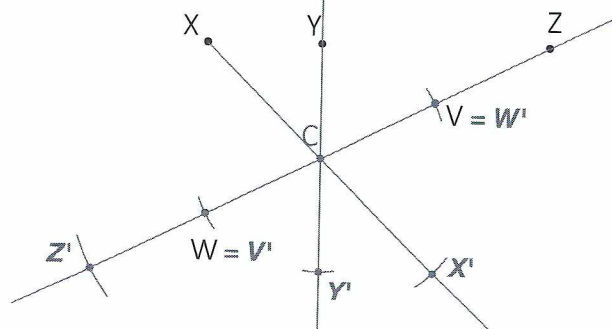
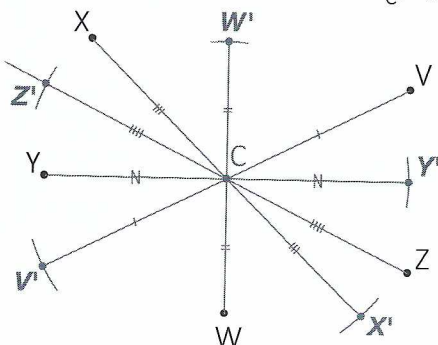
$S_M(E) = U$

$S_L(U) = C$



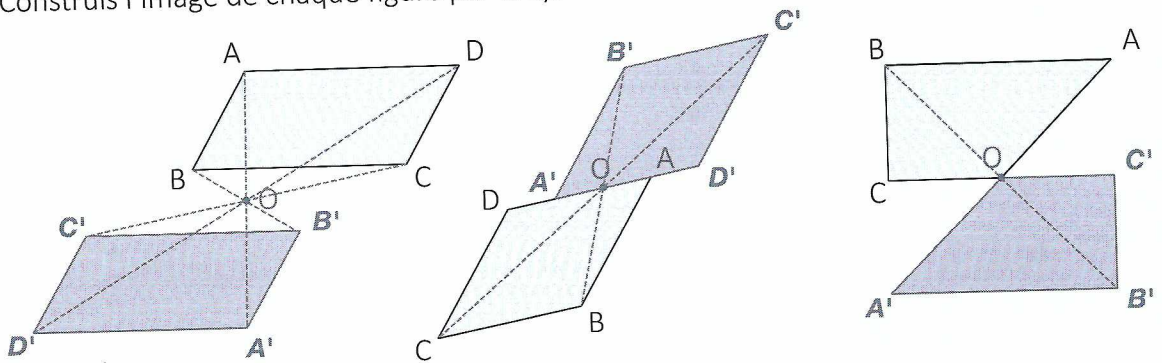
4

Dans chaque cas, construis  $V' = S_C(V)$ ,  $W' = S_C(W)$ ,  $X' = S_C(X)$ ,  $Y' = S_C(Y)$  et  $Z' = S_C(Z)$ .



5

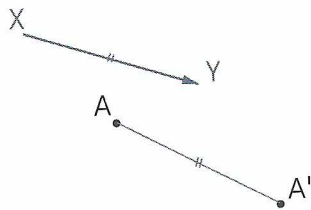
Construis l'image de chaque figure par la symétrie centrale de centre O.



### Activité 4 Translation

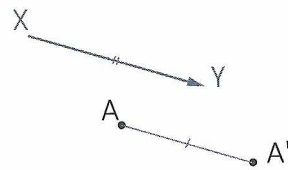
1

Quatre élèves ont construit l'image du point A par la translation de vecteur  $\overrightarrow{XY}$ . Les dessins ci-dessous représentent leur solution; sont-elles exactes ? Justifie ta réponse.



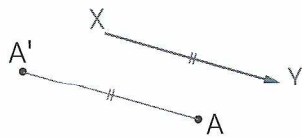
La réponse est inexacte car

$XY \not\parallel AA'$



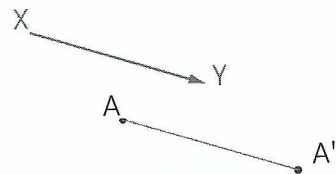
La réponse est inexacte car

$|XY| \neq |AA'|$



La réponse est inexacte car

$[XY \text{ et } [AA' \text{ n'ont pas le même sens.}$



La réponse est exacte car

$XY \parallel AA'$ ,  $|XY| = |AA'|$  et

$[XY \text{ et } [AA' \text{ ont le même sens.}$

2

Le point A' est l'image du point A par la translation de vecteur  $\overrightarrow{XY}$  se note  $A' = t_{\overrightarrow{XY}}(A)$ .

Construis l'image du point A par la translation de vecteur  $\overrightarrow{XY}$  et décris les différentes étapes de ta construction.

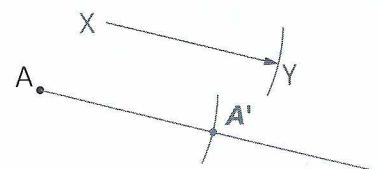
1° Par le point A, tracer la demi-droite parallèle

au vecteur  $\overrightarrow{XY}$  et de même sens que celui-ci.

2° Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon  $|XY|$ .

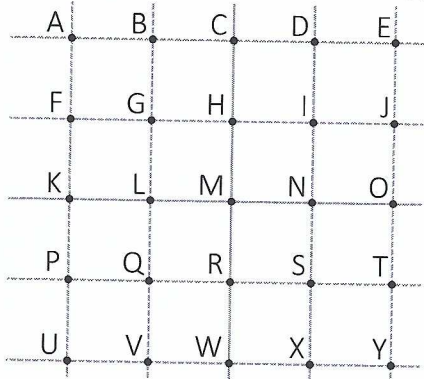
3° Nommer A', le point d'intersection de cet arc

et de la demi-droite.



3

En observant le dessin ci-dessous, complète les égalités.



$$t_{\overline{AB}}(M) = \underline{N}$$

$$t_{\overline{BN}}(C) = \underline{O}$$

$$t_{\overline{LN}}(P) = \underline{R}$$

$$t_{\overline{WK}}(T) = \underline{H}$$

$$t_{\overline{FK}}(S) = \underline{X}$$

$$t_{\overline{KS}}(L) = \underline{T}$$

$$t_{\overline{YO}}(N) = \underline{D}$$

$$t_{\overline{HA}}(M) = \underline{F}$$

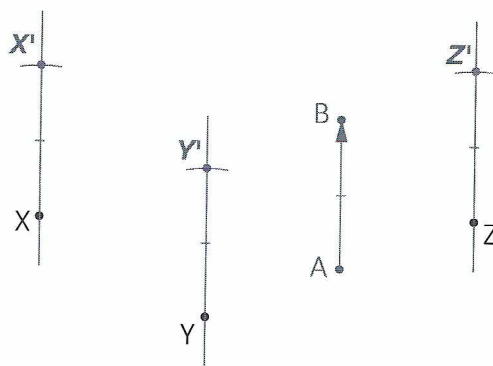
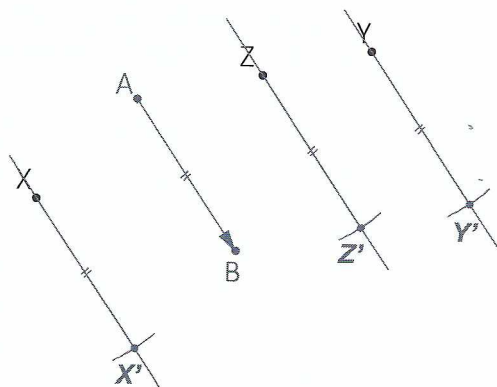
$$t_{\overline{AG}}(P) = \underline{V}$$

$$t_{\overline{PX}}(B) = \underline{J}$$



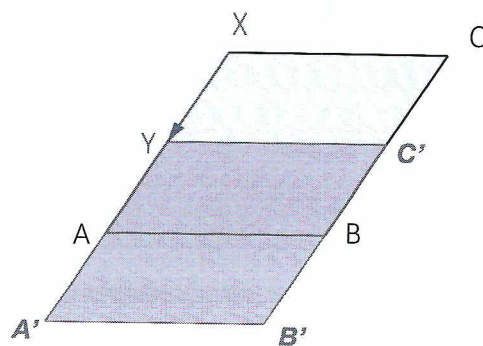
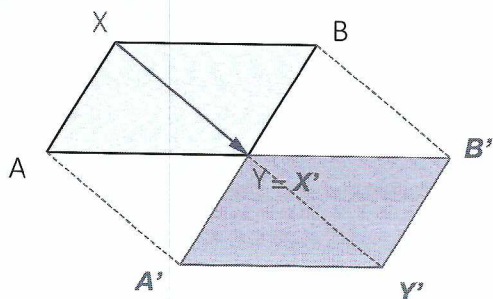
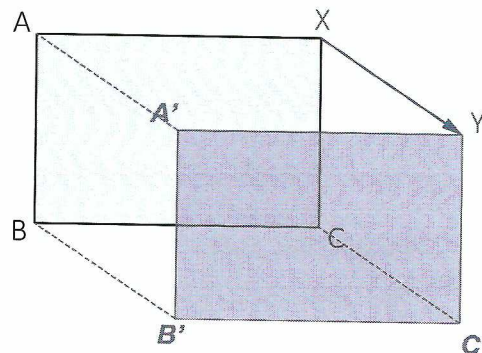
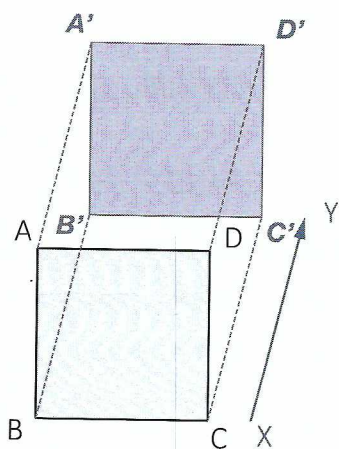
4

Dans chaque cas, trace en couleur le vecteur  $\overline{AB}$  et construis  $X' = t_{\overline{AB}}(X)$ ,  $Y' = t_{\overline{AB}}(Y)$  et  $Z' = t_{\overline{AB}}(Z)$ .



5

Construis l'image de chaque figure par la translation qui applique X sur Y.



# Activité 6 Constructions

1

Dans chaque cas, construis l'image de la figure par la transformation proposée.

|  |                               |
|--|-------------------------------|
| <p>1) <math>S_d</math></p>               | <p>2) <math>S_C</math></p>    |
| <p>3) <math>t_{\overline{XY}}</math></p> | <p>4) <math>S_{AC}</math></p> |
| <p>5) <math>S_C</math></p>               | <p>6) <math>S_d</math></p>    |
| <p>7) <math>t_{\overline{XY}}</math></p> | <p>8) <math>S_C</math></p>    |

Pour tous les exercices ci-dessus, la conservation de la longueur des segments et de l'amplitude des angles peut être observée.  
 La conservation du parallélisme et de la perpendicularité des droites ainsi que de l'alignement des points ne peut être observée que dans certains exercices. Quand cela est le cas, note une croix dans la case correspondante du tableau ci-dessous.

| Exercice n°           | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Parallélisme          | X |   | X | X | X |   | X | X |
| Perpendicularité      |   | X | X |   | X | X |   |   |
| Alignement des points |   |   | X |   | X |   |   |   |