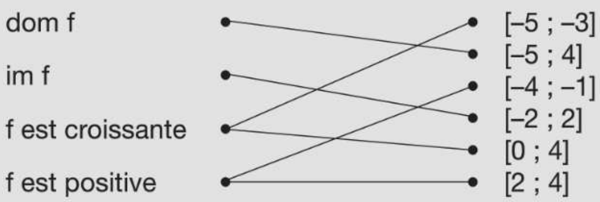
Connaître

1 a) Faux. Une fonction est une relation qui, à chaque valeur de la variable x, fait correspondre **au plus** une valeur de y.
b) Faux. Le domaine d'une fonction est l'ensemble des **réels** ayant une image par cette fonction.
c) Faux. L'ensemble image d'une fonction est l'ensemble des réels **images** par cette fonction.
d) Faux. L'ordonnée à l'origine d'une fonction f est l'ordonnée du point d'intersection du graphique de la fonction avec l'axe de la variable **dépendante**.
e) Vrai.
f) Faux. Un zéro d'une fonction f est l'abscisse d'un point d'intersection du graphique de la fonction avec l'axe de la variable **indépendante**.
g) Vrai
h) Faux. Une fonction f est strictement **positive** sur un intervalle de nombres réels si, pour tout nombre a de celui-ci, f(a) > 0.
i) Vrai
j) Faux. Une fonction f admet, sur son domaine, un **maximum** local au point P si l'ordonnée de ce point est supérieure à celles des points du graphique de f situés dans son voisinage.
k) Vrai

2 a)



b) La fonction f admet un maximum absolu au point **C**.
La fonction f admet un minimum absolu au point **A**.
La fonction f admet un maximum local qui n'est pas absolu au point **G**.
La fonction f admet un minimum local qui n'est pas absolu au point **E**.
L'abscisse du point **F** est le zéro positif de la fonction f.
L'abscisse du point **B** (ou **D**) est un zéro négatif de la fonction f.
L'ordonnée du point **E** est l'ordonnée à l'origine de la fonction f.

3

a) (1) A et E	(2) B	(3) G
b) (1) $x = -3$; $x = 1$	(2) $x = -2$	(3) $x = -1$

4 Lorsque deux solutions sont données, la première est toujours celle dont l'écriture est la plus simple.

$[1 ; 4[$	$\mathbb{R}^- = \leftarrow ; 0]$	$\leftarrow ; -2] \cup]1 ; \rightarrow$
$\mathbb{R}_0 = \mathbb{R} \setminus \{0\}$	$]-2 ; 1[$	$]-2 ; 0[\cup [1 ; 4]$
$\mathbb{R} \setminus \{4\}$	$]-2 ; \rightarrow$	$\mathbb{R}_0^- \cup]1 ; \rightarrow \; = \; \leftarrow ; 0[\cup]1 ; \rightarrow$
$]-2 ; 4[$	$\mathbb{R}_0^+ =]0 ; \rightarrow$	$\mathbb{R}^- \cup]1 ; 4] \; = \; \leftarrow ; 0] \cup]1 ; 4]$
$[4 ; \rightarrow$	$\leftarrow ; -2]$	$\mathbb{R}_0^- \cup [1 ; \rightarrow \; = \; \leftarrow ; 0[\cup [1 ; \rightarrow$
$\mathbb{R}_0^- = \leftarrow ; 0[$	$[-2 ; 4]$	$\leftarrow -2[\cup \mathbb{R}^+ \; = \; \leftarrow , -2[\cup [0 ; \rightarrow$
$\leftarrow ; 4[$	$\mathbb{R}^+ = [0 ; \rightarrow$	$\mathbb{R} \setminus \{0,1\}$

Appliquer

1 a) $f(-4) = -3$ | $f(-3) = 0$ | $f(-2) = 1$ | $f(-1) = 0$
$f(0) = -3$ | $f(1) = -4$ | $f(2) = -3$ | $f(3) = 0$

b) zéros : –3 ; –1 et 3 — (–3 ; 0) , (–1 ; 0) , (3 ; 0)

ordonnée à l'origine : –3 — (0 ; –3)

c) Maximum local : (–2 ; 1) — minimum local : (1 ; –4)

d) Indique des croix lorsque la fonction présente la caractéristique proposée.

Sur l'intervalle …,	la fonction est…			
	strictement positive	strictement négative	croissante	décroissante
]3 ; →	X		X	
]2 ; 4[			X	
]–2 ; 1[				X
← ; –2[			X	
]1 ; 3[		X	X	
]–3 ; –1[	X			

2 Fonction f_1

a) dom $f_1 = \mathbb{R}$ — im $f_1 = \mathbb{R}$

b) ordonnée à l'origine : –2 — zéro : 4

c)

x		4	
$f_1(x)$	–	0	+

d)

x	
$f_1(x)$	↗

Fonction f_2

a) dom f_2 =]1 ; → — im f_2 =]–2 ; →

b) ordonnée à l'origine : / — zéro : 5

c)

x		1		5	
$f_2(x)$			–	0	+

d)

x		1	
$f_2(x)$			↗

Fonction f_3

a) dom f_3 = [–3 ; 3] — im f_3 = [–3 ; 3]

b) ordonnée à l'origine : –3 — zéros : –2 et 2

c)

x		–3		–2		2		3	
$f_3(x)$		+	+	0	–	0	+	+	

d)

x		–3		0		3	
$f_3(x)$		3	↘	–3	↗	3	
		Max. absolu		min. absolu		Max. absolu	

Fonction f_4

a) dom f_4 = [0 ; →　　　　im f_4 = ← ; 2]

b) ordonnée à l'origine : 2　　　　zéro : 3

c)

x		0		3	
$f_4(x)$		+	+	0	–

d)

x		0	
$f_4(x)$		2	$\searrow$
		Max. absolu	

Fonction f_5

a) dom f_5 =]1 ; →　　　　im f_5 =]–1 ; →

b) ordonnée à l'origine : /　　　　zéro : 2

c)

x		1		2	
$f_5(x)$			–	0	+

d)

x		1	
$f_5(x)$			$\nearrow$

Fonction f_6

a) dom f_6 = [–2 ; 2]　　　　im f_6 = [–3 ; 3]

b) ordonnée à l'origine : 0　　　　zéros : –2, 0 et 2

c)

x		–2		0		2	
$f_6(x)$		0	–	0	+	0	

d)

x		–2		–1		1		2	
$f_6(x)$		0	$\searrow$	–3	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	
		Max. relatif		min. absolu		Max. absolu		min. relatif	

Fonction f_7

a) dom f_7 =]1 ; 5]　　　　im f_7 = [1 ; 5[

b) ordonnée à l'origine : /　　　　zéro : /

c)

x		1		5	
$f_7(x)$			+	+	

d)

x		1		5	
$f_7(x)$			$\searrow$	1	
				min. absolu	

Fonction f_8

a) dom f_8 = $\mathbb{R}$　　　　im f_8 = $\mathbb{R}$

b) ordonnée à l'origine : –2　　　　zéros : –4, –2 et 1

c)

x		–4		–2		1	
$f_8(x)$	-	0	+	0	–	0	+

d)

x		–3		0	
$f_8(x)$	$\nearrow$	1	$\searrow$	–2	$\nearrow$
		Max. relatif		min. relatif	

Fonction f_9

a) dom $f_9 = \mathbb{R}_0$ im $f_9 = [-1 ; \rightarrow$

b) ordonnée à l'origine : / zéro : –2

c)

x		–2		0	
$f_9(x)$	+	0	–		+

d)

x		–1		0	
$f_9(x)$	↘	–1 min. absolu	↗		↗

Fonction f_{10}

a) dom $f_{10} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ im $f_{10} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b) ordonnée à l'origine : –1 zéro : 1

c)

x		1		2	
$f_{10}(x)$	–	0	+		–

d)

x		2	
$f_{10}(x)$	↗		↗

Fonction f_{11}

a) dom $f_{11} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ im $f_{11} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b) ordonnée à l'origine : 0 zéro : 0

c)

x		–1		0	
$f_{11}(x)$	–		+	0	–

d)

x		–1	
$f_{11}(x)$	↘		↘

Fonction f_{12}

a) dom $f_{12} = \mathbb{R}_0^-$ im $f_{12} = \leftarrow ; 3[$

b) ordonnée à l'origine : / zéro : –2

c)

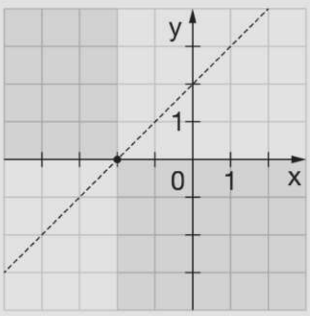
x		–2		0	
$f_{12}(x)$	–	0	+		

d)

x		0	
$f_{12}(x)$	↗		

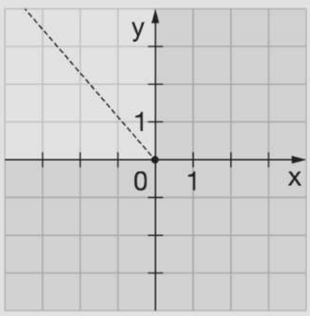
3 Les graphiques ne peuvent pas être tracés dans les zones grisées et doivent vérifier les conditions nécessaires précisées. Un exemple de solution continue est représenté en pointillés.

a)



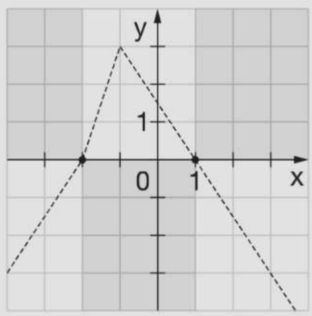
Comprendre le point (–2 ; 0)

b)



Comprendre les points (0 ; 0)

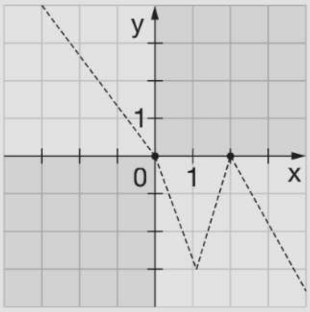
c)



Comprendre les points (–2 ; 0) et (1 ; 0)

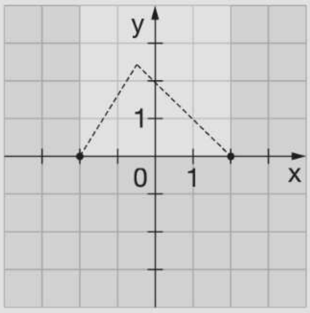
Chapitre 6

d)



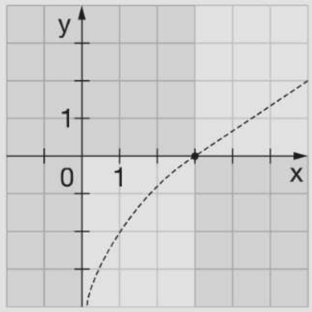
Comprendre le point
(0 ; 0) et (2 ; 0)

e)



Comprendre les points
(–2 ; 0) et (2 ; 0)

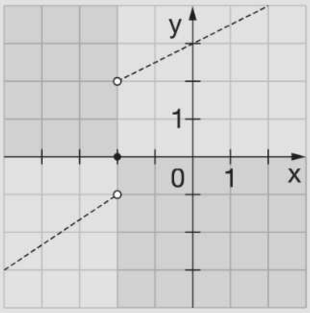
f)



Comprendre le point
(3 ; 0) et l'axe des
ordonnées est
asymptote verticale

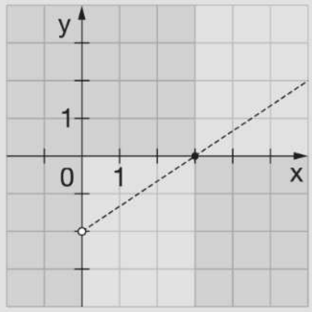
D'autres variantes sont évidemment parfois possibles. En voici deux détaillées en images.

a)



Parmi les points d'abscisses –2,
seul (–2 ; 0) doit être accepté
(point vert).

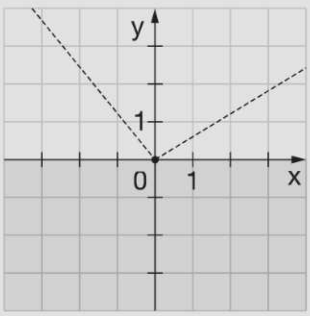
f)



Parmi les points d'abscisses 3,
seul (3 ; 0) doit être accepté
(point vert).

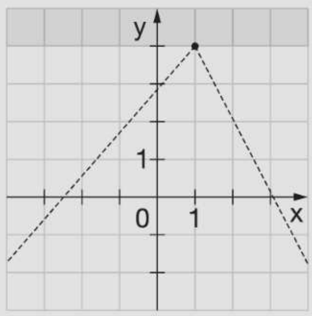
4 Les graphiques ne peuvent pas être tracés dans les zones grisées et doivent vérifier les conditions nécessaires précisées. Un exemple de solution continue est représenté en pointillés.

a)



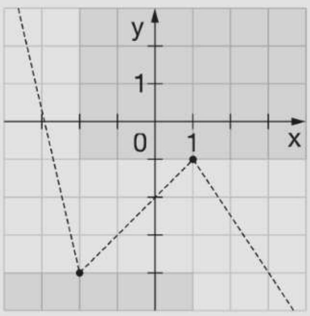
Comprendre le point (0 ; 0)

b)



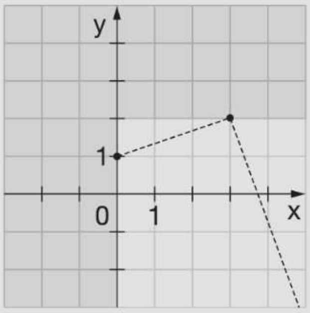
Comprendre le point (1 ; 4)

c)



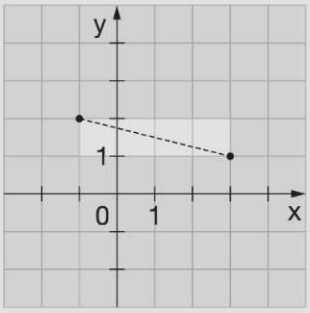
Comprendre les points (–2 ; –4) et (1 ; –1)
Comprendre au moins un point d'ordonnée strictement supérieure à –1
Comprendre au moins un point d'ordonnée strictement inférieure à –5

d)



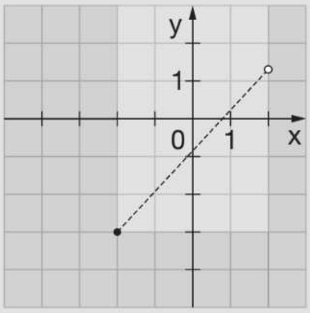
Comprendre les points (0 ; 1) et (3 ; 2)
Comprendre au moins un point d'ordonnée strictement inférieure à 1

e)



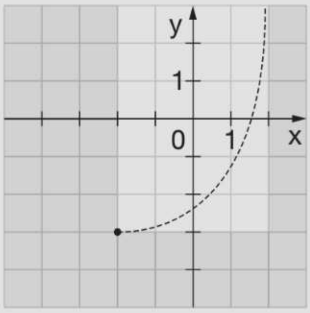
Comprendre les points (–1 ; 2) et (3 ; 1)

f)



Comprendre le point (–2 ; –3)
et aucun point d'abscisse 2
(point rouge).

Autre solution possible



Comprendre le point (–2 ; –3)
et la droite d'équation x = 2
est asymptote verticale

5 a) $x = -1$
$x = -3$
$x = -1/2$

$x \in \leftarrow ; -2]$
$x \in \mathbb{R}_0^-$
$x \in]-1 ; \rightarrow$

b) $x = -4$ ou $x = -2$
$x = -6$ ou $x = -1$
$x = 1$

$x \in [-4 ; -2]$
$x \in \leftarrow ; -4[\cup]-2 ; \rightarrow$
$x \in]-6 ; -1[$

c) $x = 2$
$x = -2$ ou $x = 2$
Pas de solution
(Équation impossible)

$x \in \leftarrow ; -2] \cup [2 ; \rightarrow$
$x \in \mathbb{R}$
$x \in \mathbb{R}^-$

Transférer

1 a) dom f = [20 ; 70]
Heure de départ : 15 h 20 min
Heure d'arrivée : 16 h 10 min
Temps mis pour parcourir l'étape : 70 – 20 = 50 min
Heure de départ du leader : 15 h 23 min

b) im f = [0 ; 35]
De l'ensemble image, on peut déduire la longueur de l'étape : 35 km.

c) Vitesse moyenne de Gilbert : 35 : (50/60) = 42 km/h

d) Temps mis par le leader : 35 : 40,4 = 0,866 336 633… h ≅ 51 min 59 s
Gilbert n'a donc pas remporté le classement général car il avait 2 minutes de retard et il n'a devancé le leader que de 1 min 59 s lors de la dernière étape.

2 a) dom f_A =]0 ; 120] AlloTaxi effectue des trajets de maximum 120 km.
dom f_B =]0 ; 90] Bravocar effectue des trajets de maximum 90 km.

b) La société Bravocar fait payer un forfait de 20 € pour les trajets inférieurs ou égaux à 40 km.

c) $f_A < f_B \Leftrightarrow x < 10$ ou $x > 50 \Leftrightarrow x \in \leftarrow ; 10[\cup]50 ; \rightarrow$
La société AlloTaxi est plus avantageuse pour les trajets inférieurs à 10 km et pour ceux supérieurs à 50 km.

d) Coût d'un trajet simple : 640 : 8 = 80 €
Pour la société Bravocar, cela correspond à un trajet de 70 km. Pierre habite donc à 70 km de l'aéroport.
Avec AlloTaxi, il aurait payé 60 € par trajet, soit un gain de 20 € par trajet.
Au total, il aurait gagné 160 € (8 . 20 €).

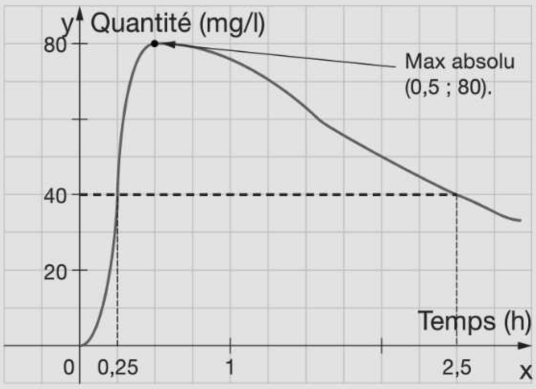
3 a) dom f = [0 ; 4] Pascal a conservé son portable durant 4 ans avant de le revendre.
im f = [50 ; 800] La valeur du portable a toujours été comprise entre 800 € et 50 €.

b) Prix d'achat : 800 €
25 % du prix d'achat : 200 €
$f(x) > 200 \Leftrightarrow x < 2$
Il aurait dû revendre son portable avant 2 ans pour obtenir plus de 25 % de son prix d'achat.

4 La fonction présente un maximum absolu en (0,5 ; 80).
Donc après 30 minutes, la concentration est maximale et vaut 80 mg/l (C_{max}).

Efficacité du médicament : $f(x) \geqslant 40 \Leftrightarrow 0{,}25 \leqslant x \leqslant 2{,}5$

La durée d'efficacité du médicament est donc de 2,25 h, soit 2 h 15 min.



5 a) La longueur des premier et troisième tronçons doit être inférieure à celle du deuxième tronçon $\Rightarrow f_3$ ne peut pas être la fonction recherchée.

La vitesse sur le second tronçon doit être plus élevée que sur les 1er et 3e tronçons. La pente du graphique correspondant au second tronçon doit être plus élevée que celle correspondant au 1er tronçon $\Rightarrow f_1$ ne peut pas être la fonction recherchée.

La fonction recherchée est donc f_2.

b) Axe des ordonnées :

Trajet sur autoroute matérialisé par le segment [AB]

30 km ↔ 15 mm

10 km ↔ 5 mm

Axe des abscisses :

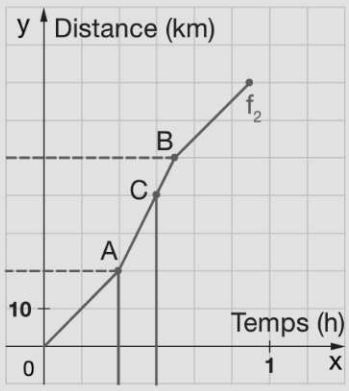
Trajet sur autoroute matérialisé par le segment [AC]

120 km ↔ 60 min

20 km ↔ 10 min ↔ 5 mm

60 min ↔ 30 mm = 3 cm

1 h



Chapitre 6