

# Théorème de Pythagore : à bien connaître !

## 1. Enoncé

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

## 2. Données

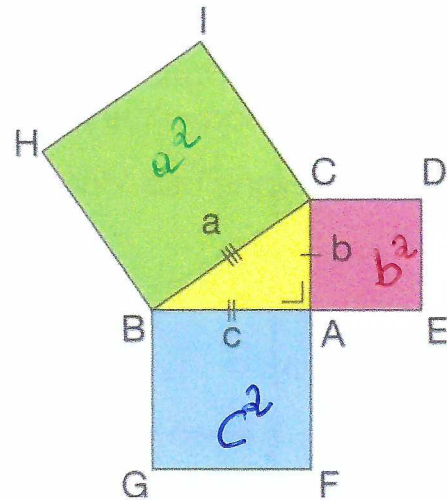
$\Delta ABC$  rectangle en A

ACDE, AFGB et CBHI sont des carrés

$$|AB| = c \quad |BC| = a \quad |AC| = b$$

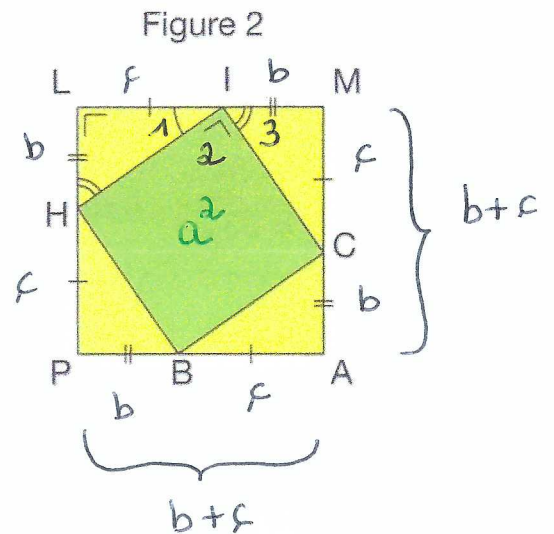
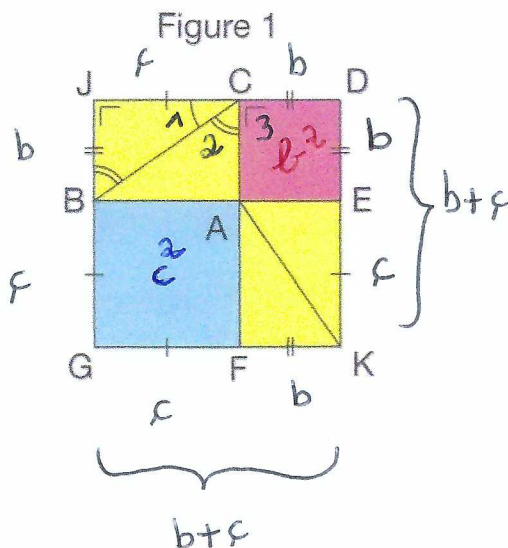
## 3. Thèse

$$a^2 = b^2 + c^2$$



## 4. Démonstration

Les deux figures représentées ci-dessus ont été réalisées à l'aide des carrés ACDE, AFGB et CBHI et de huit triangles identiques au triangle ABC.



Etape 1 :

La figure 1 est un carré car

- J, C et D sont alignés car  $|\widehat{C}_1| + |\widehat{C}_2| + |\widehat{C}_3| = 180^\circ$ .  
En effet : -  $\widehat{C}_1$  et  $\widehat{C}_2$  sont complémentaires  
-  $\widehat{C}_3$  est un angle droit
- Elle a quatre côtés de même longueur ( $b + c$ )
- Elle a ses angles droits

Etape 2 :

La figure 2 est un carré car

- L, I et M sont alignés car  $|\widehat{I}_1| + |\widehat{I}_2| + |\widehat{I}_3| = 180^\circ$   
En effet : -  $\widehat{I}_1$  et  $\widehat{I}_3$  sont complémentaires  
-  $\widehat{I}_2$  est un angle droit
- Elle a quatre côtés de même longueur ( $b + c$ )
- Elle a ses angles droits

Etape 3 :

On peut affirmer que ces deux figures sont des carrés et que ces carrés ont la même aire car ils ont tous les deux des côtés de longueur  $b + c$ .

$$\Rightarrow \text{aire du carré LMAP} = \text{aire du carré JDKG}$$

$$\Rightarrow a^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} = b^2 + c^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$$

$$\Rightarrow a^2 + \cancel{2bc} = b^2 + c^2 + \cancel{2bc}$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

CQFD