## Connaître

**1** a) 2 et –2, car $2^2 = 4$ et $(-2)^2 = 4$. Cette solution n'est pas unique; en effet, toutes les paires de nombres opposés possèdent le même carré.

b) 1, car $1^2 = 1$. Cette solution n'est pas unique; en effet, le nombre 0 est égal à son carré.

c) 0,1, car $0{,}1^2 = 0{,}01$ et $0{,}1 > 0{,}01$. Cette solution n'est pas unique; en effet, tous les nombres compris entre 0 et 1 sont plus grands que leur carré.

**2** a) $\frac{8}{64}$, car $\sqrt{\frac{8}{64}} = \frac{\sqrt{8}}{8}$ et $\frac{\sqrt{8}}{8}$ est un nombre irrationnel; en effet, 8 n'est pas un carré parfait.

160, car $\sqrt{160}$ est un nombre irrationnel; en effet, 160 n'est pas un carré parfait.

b) 0,4, car $\sqrt{0{,}4} = \sqrt{\frac{4}{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$ et $\frac{2}{\sqrt{10}}$ est un nombre irrationnel; en effet, 10 n'est pas un carré parfait.

28, car $\sqrt{28}$ est un nombre irrationnel; en effet, 28 n'est pas un carré parfait.

**3**

| Calcul | Réponses | | |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{36}$ | 6 | –6 | n'existe pas |
| $\sqrt{-64}$ | 8 | –8 | n'existe pas |
| $-\sqrt{49}$ | 7 | –7 | n'existe pas |
| $-\sqrt{-25}$ | 5 | –5 | n'existe pas |

| Calcul | Réponses | | |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{2^2}$ | 2 | –2 | n'existe pas |
| $\sqrt{(-2)^2}$ | 2 | –2 | n'existe pas |
| $\sqrt{-2^2}$ | 2 | –2 | n'existe pas |
| $-\sqrt{-(-2)^2}$ | 2 | –2 | n'existe pas |

**4** a)
$\sqrt{20} + \sqrt{5} = 5$ — Faux, $\sqrt{20} + \sqrt{5} \neq 5$ car $\sqrt{20} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

$5\sqrt{2} \,.\, \sqrt{2} = 10$ — Vrai

$3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ — Vrai

$\sqrt{2} \,.\, \sqrt{3} \,.\, \sqrt{3} = 6$ — Faux, $\sqrt{2} \,.\, \sqrt{3} \,.\, \sqrt{3} \neq 6$ car $\sqrt{2} \,.\, (\sqrt{3} \,.\, \sqrt{3}) = 3\sqrt{2}$

b)
$\sqrt{25} - \sqrt{16} = \sqrt{9}$ — Faux, $\sqrt{25} - \sqrt{16} \neq \sqrt{9}$ car $\sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = 1$

$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$ — Faux, $\sqrt{2} + \sqrt{2} \neq 2$ car $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 20$ — Faux, $3\sqrt{5} + \sqrt{5} \neq 20$ car $3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

$3\sqrt{2} \,.\, \sqrt{2} = 6$ — Vrai

**5**

| Calcul | Réponses | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\sqrt{5} \,.\, \sqrt{5}$ | 0 | 5 | $\sqrt{5}$ | $2\sqrt{5}$ |
| $\sqrt{5} + \sqrt{5}$ | 0 | 5 | $\sqrt{5}$ | $2\sqrt{5}$ |
| $\sqrt{5} - \sqrt{5}$ | 0 | 5 | $\sqrt{5}$ | $2\sqrt{5}$ |
| $(\sqrt{7} + \sqrt{2}).(\sqrt{7} - \sqrt{2})$ | 0 | 5 | $\sqrt{5}$ | $2\sqrt{5}$ |
| $\frac{\sqrt{20}}{2}$ | 0 | 5 | $\sqrt{5}$ | $2\sqrt{5}$ |

**6** a) $b^2 = a^2 + c^2$

b) $|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

c) $2{,}5^2 = 2^2 + 1{,}5^2$

**7** Dans le triangle XYZ rectangle en X, on a : $|YZ|^2 = |XY|^2 + |XZ|^2$
Dans le triangle XAY rectangle en A, on a : $|XY|^2 = |AX|^2 + |AY|^2$
Dans le triangle XAZ rectangle en A, on a : $|XZ|^2 = |AX|^2 + |AZ|^2$

**8** Oui, car dans le triangle XYZ rectangle en Y, on a $70^2 = 62^2 + |XY|^2$.
Non, car dans le triangle XYZ rectangle en Y, on a $50^2 = \mathbf{|XY|}^2 + \mathbf{|YZ|}^2$.
Oui, car dans le triangle XYZ rectangle en Z, on a $|XY|^2 = 2 \cdot 23^2$.
Oui, car dans le triangle XYZ rectangle en X, on a $44^2 = 2 \cdot |XY|^2$.
Non, car les renseignements fournis ne permettent pas de déterminer si le triangle XYZ est rectangle.

**9** a)

| | |
|---|---|
| $\lvert EF\rvert^2$ | $5^2 + 2{,}5^2$ |
| $\lvert EC\rvert^2$ | $1{,}5^2 + 1{,}5^2$ |
| $\lvert CF\rvert^2$ | $4^2 + 3{,}5^2$ |

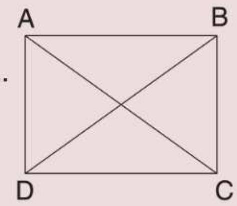
b)

| | |
|---|---|
| $\lvert YC\rvert^2$ | $10^2 + 6^2$ |
| $\lvert AX\rvert^2$ | $10^2 + 7^2$ |
| $\lvert XC\rvert^2$ | $10^2 + 10^2$ |
| $\lvert BD\rvert^2$ | $5^2 - 3^2$ |

c)

| | |
|---|---|
| $\lvert AC\rvert$ | $\sqrt{3{,}5^2 + 2{,}5^2}$ |
| $\lvert BD\rvert$ | $\sqrt{2{,}5^2 + 2{,}5^2}$ |
| $\lvert AD\rvert$ | $\sqrt{1^2 + 2{,}5^2}$ |

**10** ABCD est le quadrilatère qui représente la dalle en béton de Benoît.
Pour constater que cette dalle est bien rectangulaire, Benoît doit vérifier que ...
$|AB| = |DC|$, $|AD| = |BC|$ et $|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2$ ou
$|AB| = |DC|$, $|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2$ et $|AC|^2 = |AD|^2 + |DC|^2$ ou
$|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2$, $|AC|^2 = |AD|^2 + |DC|^2$ et $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$




## Appliquer

**1** $\sqrt{\mathbf{49}} = 7$ $\quad\sqrt{\mathbf{625}} = 25$ $\quad\sqrt{\mathbf{25}} = 5$ $\quad\sqrt{\mathbf{0}} = 0$ $\quad\sqrt{\mathbf{1}} = 1$ $\quad\sqrt{\dfrac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}} = \dfrac{3}{2}$

**2** a) $x = 6$ et $x = -6$ b) $x = \sqrt{5}$ et $x = -\sqrt{5}$ c) $x$ = impossible

d) $x = 0{,}1$ et $x = -0{,}1$ e) $x = 40$ et $x = -40$ f) $x = \sqrt{11}$ et $x = -\sqrt{11}$

**3** $9 < \sqrt{90} < 10$ $\quad 6 < \sqrt{45} < 7$ $\quad 3 < \sqrt{12} < 4$ $\quad 5 < \sqrt{30} < 6$

$9 < \sqrt{89} < 10$ $\quad 8 < \sqrt{70} < 9$ $\quad 10 < \sqrt{104} < 11$ $\quad 15 < \sqrt{230} < 16$

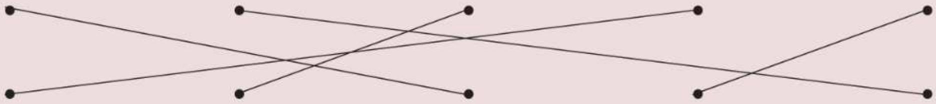
**4** $35 < \sqrt{1265} < 36$ $\quad 29 < \sqrt{896} < 30$ $\quad 111 < \sqrt{12\,456} < 112$

$31 < \sqrt{987} < 32$ $\quad 282 < \sqrt{79\,964} < 283$

**5** a) $2{,}828 < \sqrt{8} < 2{,}829$ $\quad 3{,}46 < \sqrt{12} < 3{,}47$ $\quad 35{,}41 < \sqrt{1254} < 35{,}42$

b) $2{,}2 < \sqrt{5{,}23} < 2{,}3$ $\quad 4{,}852 < \sqrt{23{,}546} < 4{,}853$ $\quad 0{,}3 < \sqrt{0{,}123} < 0{,}4$

**6** $\sqrt{32}$ $\quad\sqrt{50}$ $\quad\sqrt{20}$ $\quad\sqrt{8}$ $\quad\sqrt{125}$



$2\sqrt{2}$ $\quad2\sqrt{5}$ $\quad4\sqrt{2}$ $\quad5\sqrt{5}$ $\quad5\sqrt{2}$

**7** a) (1) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $\quad\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ $\quad\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ $\quad\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $\quad\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ $\quad\sqrt{64} = 8$ $\quad\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{250} = 5\sqrt{10}$ $\quad\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $\quad\sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ $\quad\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ $\quad\sqrt{121} = 11$ $\quad\sqrt{242} = 11\sqrt{2}$ $\quad\sqrt{225} = 15$

b) (1) $3\sqrt{8} = 3\,.\,2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ $\quad2\sqrt{12} = 2\,.\,2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ $\quad4\sqrt{63} = 4\,.\,3\sqrt{7} = 12\sqrt{7}$

$5\sqrt{18} = 5\,.\,3\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$ $\quad6\sqrt{50} = 6\,.\,5\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$ $\quad3\sqrt{28} = 3\,.\,2\sqrt{7} = 6\sqrt{7}$

$5\sqrt{32} = 5\,.\,4\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$ $\quad4\sqrt{27} = 4\,.\,3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

(2) $7\sqrt{45} = 7\,.\,3\sqrt{5} = 21\sqrt{5}$ $\quad3\sqrt{500} = 3\,.\,10\sqrt{5} = 30\sqrt{5}$ $\quad8\sqrt{72} = 8\,.\,6\sqrt{2} = 48\sqrt{2}$

$5\sqrt{18} = 5\,.\,3\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$ $\quad9\sqrt{54} = 9\,.\,3\sqrt{6} = 27\sqrt{6}$ $\quad7\sqrt{75} = 7\,.\,5\sqrt{3} = 35\sqrt{3}$

$3\sqrt{128} = 3\,.\,8\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$ $\quad6\sqrt{162} = 6\,.\,9\sqrt{2} = 54\sqrt{2}$

c) (1) $\sqrt{2^2} = 2$ $\quad\sqrt{5^4} = 5^2 = 25$ $\quad\sqrt{3^6} = 3^3 = 27$ $\quad\sqrt{2^6\,.\,3^2} = 2^3\,.\,3 = 8\,.\,3 = 24$

$\sqrt{2^4\,.\,3^6} = 2^2\,.\,3^3 = 4\,.\,27 = 108$ $\quad\sqrt{5^4\,.\,7^2} = 5^2\,.\,7 = 25\,.\,7 = 175$

(2) $\sqrt{2^4\,.\,3} = 2^2\,.\,\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ $\quad\sqrt{2\,.\,3^6} = 3^3\,.\,\sqrt{2} = 27\sqrt{2}$ $\quad\sqrt{5^3\,.\,7} = 5\sqrt{5\,.\,7} = 5\sqrt{35}$

$\sqrt{2^9\,.\,5} = 2^4\,.\,\sqrt{2\,.\,5} = 16\sqrt{10}$ $\quad\sqrt{3^3\,.\,5^4\,.\,7^2} = 3\,.\,5^2\,.\,7\,.\,\sqrt{3} = 525\sqrt{3}$

$\sqrt{2^8\,.\,3^2\,.\,5^3} = 2^4\,.\,3\,.\,5\,.\,\sqrt{5} = 240\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{4^7} = \sqrt{\left(2^2\right)^7} = \sqrt{2^{14}} = 2^7 = 128$ $\quad\sqrt{16^3} = \sqrt{\left(2^4\right)^3} = \sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64$

$\sqrt{25^3} = \sqrt{\left(5^2\right)^3} = \sqrt{5^6} = 5^3 = 125$ $\quad\sqrt{100^5} = \sqrt{\left(10^2\right)^5} = \sqrt{10^{10}} = 10^5 = 100\ 000$

$\sqrt{8^5} = \sqrt{\left(2^3\right)^5} = \sqrt{2^{15}} = 2^7\,.\,\sqrt{2} = 128\sqrt{2}$

$\sqrt{12^3} = \sqrt{\left(2^2\,.\,3\right)^3} = \sqrt{2^6\,.\,3^3} = 2^3\,.\,3\,.\,\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

**8** $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$, car $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2\,.\,2} = \sqrt{18}$

$5\sqrt{3} > 6\sqrt{2}$, car $5\sqrt{3} = \sqrt{5^2\,.\,3} = \sqrt{75}$ et $6\sqrt{2} = \sqrt{6^2\,.\,2} = \sqrt{72}$

$\sqrt{200} < 10\sqrt{3}$, car $10\sqrt{3} = \sqrt{10^2\,.\,3} = \sqrt{300}$

**9** a) $\sqrt{a^4} = a^2$ $\quad\sqrt{x^6} = x^3$ $\quad\sqrt{b^{12}} = b^6$

$\sqrt{x^7} = x^3\sqrt{x}$ $\quad\sqrt{y^{11}} = y^5\sqrt{y}$

b) $\sqrt{4a^7} = 2a^3\sqrt{a}$ $\quad\sqrt{3x^9} = x^4\sqrt{3x}$ $\quad\sqrt{5a^6} = a^3\sqrt{5}$

$\sqrt{9a^7} = 3a^3\sqrt{a}$ $\quad\sqrt{27b^5} = 3b^2\sqrt{3b}$

c) $7\sqrt{12a^5} = 14a^2\sqrt{3a}$ $\quad2\sqrt{45x^9} = 6x^4\sqrt{5x}$ $\quad5\sqrt{18b^6} = 15b^3\sqrt{2}$

$3x^2\sqrt{63x^5} = 9x^4\sqrt{7x}$ $\quad2y^3\sqrt{8y^{12}} = 4y^9\sqrt{2}$

**10** a) $3\sqrt{3}+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

$\sqrt{5}-3\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$

$-2\sqrt{7}-5\sqrt{7}=-7\sqrt{7}$

$\sqrt{6}-3\sqrt{6}-4\sqrt{6}=-6\sqrt{6}$

b) $\sqrt{8}+3\sqrt{2}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

$\sqrt{50}-3\sqrt{18}=5\sqrt{2}-9\sqrt{2}=-4\sqrt{2}$

$-2\sqrt{75}+5\sqrt{12}=-10\sqrt{3}+10\sqrt{3}=0$

$-3\sqrt{125}-4\sqrt{20}=-15\sqrt{5}-8\sqrt{5}=-23\sqrt{5}$

c) $2\sqrt{8}-3\sqrt{27}-3\sqrt{32}-4\sqrt{12}=4\sqrt{2}-9\sqrt{3}-12\sqrt{2}-8\sqrt{3}=-8\sqrt{2}-17\sqrt{3}$

$3\sqrt{25}-4\sqrt{98}-2\sqrt{16}+3\sqrt{72}=15-28\sqrt{2}-8+18\sqrt{2}=7-10\sqrt{2}$

$7\sqrt{32}+3\sqrt{27}+2\sqrt{18}-2\sqrt{75}=28\sqrt{2}+9\sqrt{3}+6\sqrt{2}-10\sqrt{3}=34\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$4\sqrt{1000}-3\sqrt{250}+7\sqrt{900}-5\sqrt{40}=40\sqrt{10}-15\sqrt{10}+210-10\sqrt{10}=15\sqrt{10}+210$

d) $7\sqrt{2}-3\sqrt{45}+3\sqrt{50}-7\sqrt{20}=7\sqrt{2}-9\sqrt{5}+15\sqrt{2}-14\sqrt{5}=22\sqrt{2}-23\sqrt{5}$

$-8\sqrt{2}+7\sqrt{3}-2\sqrt{27}-3\sqrt{8}=-8\sqrt{2}+7\sqrt{3}-6\sqrt{3}-6\sqrt{2}=-14\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$2\sqrt{36}-5\sqrt{18}+\sqrt{32}-3\sqrt{48}=12-15\sqrt{2}+4\sqrt{2}-12\sqrt{3}=12-11\sqrt{2}-12\sqrt{3}$

$3\sqrt{200}-4\sqrt{100}+5\sqrt{2}-10\sqrt{2}=30\sqrt{2}-40+5\sqrt{2}-10\sqrt{2}=25\sqrt{2}-40$

e) $3\sqrt{50}-2\sqrt{5}-2\sqrt{8}-\sqrt{45}=15\sqrt{2}-2\sqrt{5}-4\sqrt{2}-3\sqrt{5}=11\sqrt{2}-5\sqrt{5}$

$\sqrt{48}-\sqrt{24}-\sqrt{150}+3\sqrt{12}=4\sqrt{3}-2\sqrt{6}-5\sqrt{6}+6\sqrt{3}=10\sqrt{3}-7\sqrt{6}$

$3\sqrt{18}-4\sqrt{72}-7\sqrt{28}+5\sqrt{32}=9\sqrt{2}-24\sqrt{2}-14\sqrt{7}+20\sqrt{2}=5\sqrt{2}-14\sqrt{7}$

$2\sqrt{75}-\sqrt{27}+3\sqrt{12}-\sqrt{48}=10\sqrt{3}-3\sqrt{3}+6\sqrt{3}-4\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

**11** a) $\sqrt{2}\,.\,\sqrt{2}=2$

$3\sqrt{7}\,.\,\sqrt{7}=21$

$3\sqrt{3}\,.\,\sqrt{3}=9$

$5\sqrt{11}\,.\,2\sqrt{11}=110$

b) $\sqrt{28}\,.\,\sqrt{45}=2\sqrt{7}\,.\,3\sqrt{5}=6\sqrt{35}$

$\sqrt{12}\,.\,\sqrt{18}=2\sqrt{3}\,.\,3\sqrt{2}=6\sqrt{6}$

$\sqrt{27}\,.\,\sqrt{75}=3\sqrt{3}\,.\,5\sqrt{3}=45$

$2\sqrt{54}\,.\,3\sqrt{125}=6\sqrt{6}\,.\,15\sqrt{5}=90\sqrt{30}$

c) $\sqrt{52}\,.\,\sqrt{39}=2\sqrt{13}\,.\,\sqrt{13\,.\,3}=2\sqrt{13}\,.\,\sqrt{13}\,.\,\sqrt{3}=26\sqrt{3}$

$3\sqrt{7}\,.\,2\sqrt{14}=3\sqrt{7}\,.\,2\sqrt{7\,.\,2}=3\sqrt{7}\,.\,2\sqrt{7}\,.\,\sqrt{2}=42\sqrt{2}$

$5\sqrt{12}\,.\,\sqrt{24}=10\sqrt{3}\,.\,2\sqrt{6}=20\sqrt{18}=60\sqrt{2}$

$3\sqrt{5}\,.\,\sqrt{80}=3\sqrt{5}\,.\,4\sqrt{5}=60$

d) $5^3\,.\,\sqrt{5^3}=5^3\,.\,5\sqrt{5}=625\sqrt{5}$

$2\sqrt{11}\,.\,\sqrt{11^3}=2\sqrt{11}\,.\,11\sqrt{11}=242$

$3\sqrt{5^2}\,.\,\sqrt{5^3}=3\,.\,5\,.\,5\,.\,\sqrt{5}=75\sqrt{5}$

$2\sqrt{3^2}\,.\,5\sqrt{3^5}=2\,.\,3\,.\,5\,.\,3^2\sqrt{3}=270\sqrt{3}$

e) $\left(\sqrt{5}\right)^2=5$

$\left(3\sqrt{2}\right)^2=9\,.\,2=18$

$\left(-6\sqrt{5}\right)^2=36\,.\,5=180$

$\left(-5\sqrt{50}\right)^2=25\,.\,50=1250$

f) $\sqrt{5}\,.\left(\sqrt{6}+\sqrt{15}\right)=\sqrt{30}+\sqrt{75}=\sqrt{30}+5\sqrt{3}$

$\sqrt{12}\,.\left(\sqrt{48}-\sqrt{5}\right)=2\sqrt{3}\,.\left(4\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)=24-2\sqrt{15}$

$\left(\sqrt{125}-3\sqrt{6}\right).\sqrt{32}=\left(5\sqrt{5}-3\sqrt{6}\right).4\sqrt{2}=20\sqrt{10}-12\sqrt{12}=20\sqrt{10}-24\sqrt{3}$

$\left(3\sqrt{7}-\sqrt{28}\right).\sqrt{3}=\left(3\sqrt{7}-2\sqrt{7}\right).\sqrt{3}=\sqrt{7}\,.\sqrt{3}=\sqrt{21}$

g) $\left(\sqrt{2}-1\right).\left(\sqrt{2}+3\right)=2+3\sqrt{2}-\sqrt{2}-3=2\sqrt{2}-1$

$\left(1-\sqrt{3}\right).\left(5-3\sqrt{3}\right)=5-3\sqrt{3}-5\sqrt{3}+9=14-8\sqrt{3}$

$\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right).\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)=\sqrt{21}-\sqrt{18}+\sqrt{14}-\sqrt{12}=\sqrt{21}-3\sqrt{2}+\sqrt{14}-2\sqrt{3}$

$\left(\sqrt{24}-3\sqrt{8}\right).\left(\sqrt{50}+\sqrt{5}\right)=\left(2\sqrt{6}-6\sqrt{2}\right).\left(5\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)=10\sqrt{12}+2\sqrt{30}-60-6\sqrt{10}$

$=20\sqrt{3}+2\sqrt{30}-60-6\sqrt{10}$

**12** a) $\left(2-\sqrt{5}\right).\left(2+\sqrt{5}\right)=4-5=-1$

$\left(3\sqrt{6}+\sqrt{2}\right).\left(\sqrt{2}-3\sqrt{6}\right)=2-54=-52$

$\left(-3\sqrt{5}+\sqrt{3}\right).\left(\sqrt{3}+3\sqrt{5}\right)=3-45=-42$

$\left(5\sqrt{2}-\sqrt{7}\right).\left(\sqrt{7}+5\sqrt{2}\right)=50-7=43$

b) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2=3+2\sqrt{6}+2=5+2\sqrt{6}$

$\left(\sqrt{6}+\sqrt{10}\right)^2=6+2\sqrt{60}+10=16+4\sqrt{15}$

$\left(3\sqrt{5}+4\right)^2=45+24\sqrt{5}+16=61+24\sqrt{5}$

$\left(6\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)^2=72+24\sqrt{6}+12=84+24\sqrt{6}$

c) $\left(6-\sqrt{2}\right)^2=36-12\sqrt{2}+2=38-12\sqrt{2}$

$\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2=5-2\sqrt{10}+2=7-2\sqrt{10}$

$\left(-5+2\sqrt{5}\right)^2=25-20\sqrt{5}+20=45-20\sqrt{5}$

$\left(3\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)^2=54-6\sqrt{18}+3=57-18\sqrt{2}$

**13** a) $\sqrt{3}\,.\,\sqrt{3}=3$

$\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{5}+\sqrt{2}=/$

$\sqrt{5}\,.\,\sqrt{2}=\sqrt{10}$

b) $2\sqrt{3}+5\sqrt{2}=/$

$3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

$3\sqrt{5}\,.\,4\sqrt{3}=12\sqrt{15}$

$2\sqrt{3}\,.\,5\sqrt{3}=30$

c) $2\sqrt{7}-5\sqrt{7}=-3\sqrt{7}$

$5\sqrt{2}+\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$7\sqrt{5}\,.\,\sqrt{5}=35$

$8\sqrt{3}+\sqrt{2}=/$

d) $\sqrt{12}+\sqrt{75}=2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=7\sqrt{3}$

$\sqrt{8}\,.\,\sqrt{45}=2\sqrt{2}\,.\,3\sqrt{5}=6\sqrt{10}$

$\sqrt{50}+\sqrt{20}=5\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

$\sqrt{50}\,.\,\sqrt{20}=5\sqrt{2}\,.\,2\sqrt{5}=10\sqrt{10}$

e) $\left(-5\sqrt{5}\right)^2 = 125$

$2\sqrt{3}\,.\left(\sqrt{5}-2\right) = 2\sqrt{15} - 4\sqrt{3}$

$\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2 = 12 - 4\sqrt{15} + 5 = 17 - 4\sqrt{15}$

$\left(-4\sqrt{10}-5\right)^2 = 160 + 40\sqrt{10} + 25 = 185 + 40\sqrt{10}$

f) $\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right).2 = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$

$\left(2\sqrt{5}\right)^2 = 20$

$\left(\sqrt{5}-2\right).\left(\sqrt{5}+3\right) = 5 + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 6 = -1 + \sqrt{5}$

$\left(2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2 = 12 + 4\sqrt{15} + 5 = 17 + 4\sqrt{15}$

g) $\left(-3\sqrt{2}\right)^2 = 18$

$\left(3\sqrt{5}+2\sqrt{7}\right).\left(-2\sqrt{7}+3\sqrt{5}\right) = 45 - 28 = 17$

$\left(4\sqrt{12}-8\sqrt{8}\right).\left(4\sqrt{32}+8\sqrt{3}\right) = \left(8\sqrt{3}-16\sqrt{2}\right).\left(16\sqrt{2}+8\sqrt{3}\right) = 192 - 512 = -320$

$\left(\sqrt{12}+\sqrt{5}\right).\left(5\sqrt{3}+\sqrt{20}\right) = \left(2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right).\left(5\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right) = 30+4\sqrt{15}+5\sqrt{15}+10 = 40+9\sqrt{15}$

**14** $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 > 5$, car $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 = 2+2\sqrt{6}+3 = 5+2\sqrt{6}$

$\left(1-\sqrt{2}\right)^2 < 2$, car $\left(1-\sqrt{2}\right)^2 = 1-2\sqrt{2}+2 = 3-2\sqrt{2} = 3 - 2\,.\,1{,}414... = 3 - 2{,}828...$

$\left(2-\sqrt{3}\right).\left(2+\sqrt{3}\right) > -1$, car $\left(2-\sqrt{3}\right).\left(2+\sqrt{3}\right) = 4-3 = 1$

**15** a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1\,.\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,.\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad \sqrt{\dfrac{1}{3}} = \dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{1}\,.\sqrt{3}}{\sqrt{3}\,.\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\qquad \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3}\,.\sqrt{5}}{\sqrt{5}\,.\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$

$\dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}\,.\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\,.\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{6} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ $\qquad \dfrac{3}{2\sqrt{3}} = \dfrac{3\,.\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\,.\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{8}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1\,.\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\,.\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$\sqrt{\dfrac{8}{27}} = \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{27}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{2}\,.\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\,.\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{9}$

$\dfrac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{5}\,.\sqrt{10}}{2\sqrt{10}\,.\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{50}}{20} = \dfrac{15\sqrt{2}}{20} = \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

$3\sqrt{\dfrac{12}{125}} = \dfrac{3\sqrt{12}}{\sqrt{125}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} = \dfrac{6\sqrt{3}\,.\sqrt{5}}{5\sqrt{5}\,.\sqrt{5}} = \dfrac{6\sqrt{15}}{25}$

$\dfrac{4\sqrt{14}}{3\sqrt{7}} = \dfrac{4\sqrt{7}\,.\sqrt{2}}{3\sqrt{7}} = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$

c) $\dfrac{1}{3+\sqrt{2}} = \dfrac{1\,.(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})\,.(3-\sqrt{2})} = \dfrac{3-\sqrt{2}}{9-2} = \dfrac{3-\sqrt{2}}{7}$

$\dfrac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \dfrac{3\,.(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5})\,.(\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \dfrac{3\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{3-5} = \dfrac{3\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{-2} = -\dfrac{3\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{2}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}\,.\,(2\sqrt{3}+1)}{(2\sqrt{3}-1)\,.\,(2\sqrt{3}+1)}=\frac{2\,.\,3+\sqrt{3}}{12-1}=\frac{6+\sqrt{3}}{11}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2}\,.\,(\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+2\sqrt{3})\,.\,(\sqrt{2}-2\sqrt{3})}=\frac{6-6\sqrt{6}}{2-12}=\frac{6\,.\,(1-\sqrt{6})}{-10}=-\frac{3\,.\,(1-\sqrt{6})}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-5\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}\,.\,(2\sqrt{3}+5\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-5\sqrt{2})\,.\,(2\sqrt{3}+5\sqrt{2})}=\frac{12+10\sqrt{6}}{12-50}=\frac{2\,.\,(6+5\sqrt{6})}{-38}=-\frac{6+5\sqrt{6}}{19}$$

d) $$\frac{3\sqrt{5}+1}{3-2\sqrt{5}}=\frac{(3\sqrt{5}+1)\,.\,(3+2\sqrt{5})}{(3-2\sqrt{5})\,.\,(3+2\sqrt{5})}=\frac{9\sqrt{5}+30+3+2\sqrt{5}}{9-20}=\frac{11\sqrt{5}+33}{-11}=\frac{11\,.\,(\sqrt{5}+3)}{-11}=-\sqrt{5}-3$$

$$\frac{1-3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-1}=\frac{(1-3\sqrt{2})\,.\,(5\sqrt{2}+1)}{(5\sqrt{2}-1)\,.\,(5\sqrt{2}+1)}=\frac{5\sqrt{2}+1-30-3\sqrt{2}}{50-1}=\frac{2\sqrt{2}-29}{49}$$

$$\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3}-2\sqrt{5})\,.\,(\sqrt{5}-2\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+2\sqrt{3})\,.\,(\sqrt{5}-2\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{15}-6-10+4\sqrt{15}}{5-12}=\frac{5\sqrt{15}-16}{-7}=-\frac{5\sqrt{15}-16}{7}$$

$$\frac{3\sqrt{8}-1}{2+\sqrt{18}}=\frac{6\sqrt{2}-1}{2+3\sqrt{2}}=\frac{(6\sqrt{2}-1)\,.\,(2-3\sqrt{2})}{(2+3\sqrt{2})\,.\,(2-3\sqrt{2})}=\frac{12\sqrt{2}-36-2+3\sqrt{2}}{4-18}=\frac{15\sqrt{2}-38}{-14}=-\frac{15\sqrt{2}-38}{14}$$

$$\frac{2\sqrt{4}+3\sqrt{2}}{\sqrt{8}-2\sqrt{9}}=\frac{4+3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-6}=\frac{(4+3\sqrt{2})\,.\,(2\sqrt{2}+6)}{(2\sqrt{2}-6)\,.\,(2\sqrt{2}+6)}=\frac{8\sqrt{2}+24+12+18\sqrt{2}}{8-36}=\frac{26\sqrt{2}+36}{-28}$$

$$=-\frac{2\,.\,(13\sqrt{2}+18)}{28}=-\frac{13\sqrt{2}+18}{14}$$

**16** a) $2\sqrt{x}+7\sqrt{x}=9\sqrt{x}$

$5\sqrt{y}\,.\,2\sqrt{y}=10y$

$\sqrt{x}\,.\,\sqrt{3x}=x\sqrt{3}$

$3\sqrt{a}-5\sqrt{a}=-2\sqrt{a}$

b) $3\sqrt{x^3}\,.\,\sqrt{x^5}=3\sqrt{x^8}=3x^4$

$\sqrt{a}-\sqrt{18a}=\sqrt{a}-3\sqrt{2a}$

$5\sqrt{x^2}\,.\,\sqrt{x^5}=5\sqrt{x^7}=5x^3\sqrt{x}$

$-2\sqrt{18a}+5\sqrt{32a}=-6\sqrt{2a}+20\sqrt{2a}=14\sqrt{2a}$

c) $3\sqrt{x^4}\,.\,\sqrt{x}=3x^2\sqrt{x}$

$\sqrt{27x}-3\sqrt{12x}=3\sqrt{3x}-6\sqrt{3x}=-3\sqrt{3x}$

$3\sqrt{4a^5}\,.\,2\sqrt{a^3}=6a^2\sqrt{a}\,.\,2a\sqrt{a}=12a^4$

$-2x\sqrt{3x^3}+5\sqrt{3x^5}=-2x^2\sqrt{3x}+5x^2\sqrt{3x}=3x^2\sqrt{3x}$

d) $\left(2\sqrt{3a}\right)^2=12a$

$2\sqrt{x}\,.\,\left(\sqrt{x}-\sqrt{5x}\right)=2x-2x\sqrt{5}$

$\left(-2\sqrt{18a}\right)^2=72a$

$\left(3\sqrt{5x}+2\sqrt{7x}\right)^2=45x+12\sqrt{35x^2}+28x=73x+12x\sqrt{35}$

e) $\left(2\sqrt{3a}-\sqrt{5a}\right)^2=12a-4\sqrt{15a^2}+5a=17a-4a\sqrt{15}$

$\left(2\sqrt{a}+1\right)\,.\,\left(2\sqrt{a}-1\right)=4a-1$

$\left(\sqrt{2x}-3\sqrt{5x}\right)\,.\,\left(\sqrt{2x}+5\sqrt{3x}\right)=2x+5\sqrt{6x^2}-3\sqrt{10x^2}-15\sqrt{15x^2}$

$=2x+5x\sqrt{6}-3x\sqrt{10}-15x\sqrt{15}$

$\left(3x^3\sqrt{8x}\right)^2=9x^6\,.\,8x=72x^7$

**17** $29 = 25 + 4$
$\sqrt{29}^2 = 5^2 + 2^2$

Construire un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 5 cm et 2 cm.
L'hypoténuse de ce triangle mesurera $\sqrt{29}$ cm.

$32 = 16 + 16$
$\sqrt{32}^2 = 4^2 + 4^2$

Construire un triangle rectangle isocèle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4 cm.
L'hypoténuse de ce triangle mesurera $\sqrt{32}$ cm.

$37 = 36 + 1$
$\sqrt{37}^2 = 6^2 + 1^2$

Construire un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 1 cm.
L'hypoténuse de ce triangle mesurera $\sqrt{37}$ cm.

$40 = 36 + 4$
$\sqrt{40}^2 = 6^2 + 2^2$

Construire un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 2 cm.
L'hypoténuse de ce triangle mesurera $\sqrt{40}$ cm.

$15 = 16 - 1$
$\sqrt{15}^2 = 4^2 - 1^2$
$\sqrt{15}^2 + 1^2 = 4^2$

Construire un triangle rectangle dont un côté de l'angle droit mesure 1 cm et l'hypoténuse 4 cm.
Le second côté de l'angle droit de ce triangle mesurera $\sqrt{15}$ cm.

$20 = 36 - 16$
$\sqrt{20}^2 = 6^2 - 4^2$
$\sqrt{20}^2 + 4^2 = 6^2$

Construire un triangle rectangle dont un côté de l'angle droit mesure 4 cm et l'hypoténuse 6 cm.
Le second côté de l'angle droit de ce triangle mesurera $\sqrt{20}$ cm.

$21 = 25 - 4$
$\sqrt{21}^2 = 5^2 - 2^2$
$\sqrt{21}^2 + 2^2 = 5^2$

Construire un triangle rectangle dont un côté de l'angle droit mesure 2 cm et l'hypoténuse 5 cm.
Le second côté de l'angle droit de ce triangle mesurera $\sqrt{21}$ cm.

$28 = 64 - 36$
$\sqrt{28}^2 = 8^2 - 6^2$
$\sqrt{28}^2 + 6^2 = 8^2$

Construire un triangle rectangle dont un côté de l'angle droit mesure 6 cm et l'hypoténuse 8 cm.
Le second côté de l'angle droit de ce triangle mesurera $\sqrt{28}$ cm.

**18** En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$
$|AB|^2 = 2^2 + 2^2$
$|AB|^2 = 4 + 4$
$|AB|^2 = 8$
$|AB| = \sqrt{8}$
$|AB| = 2\sqrt{2}$ cm
$|AB| \cong 2{,}8$ cm

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle DEF rectangle en E, on a :

$|DF|^2 = |DE|^2 + |EF|^2$
$|DF|^2 = 1^2 + 3^2$
$|DF|^2 = 1 + 9$
$|DF|^2 = 10$
$|DF| = \sqrt{10}$ cm
$|DF| \cong 3{,}2$ cm

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle GHI rectangle en H, on a :

$|GI|^2 = |GH|^2 + |HI|^2$
$|GI|^2 = 1{,}5^2 + 2^2$
$|GI|^2 = 2{,}25 + 4$
$|GI|^2 = 6{,}25$
$|GI| = \sqrt{6{,}25}$
$|GI| \cong 2{,}5$ cm

**19** En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

a) 1) $|BC|^2 = 7^2 + 8^2$
$|BC|^2 = 49 + 64$
$|BC|^2 = 113$
$|BC| = \sqrt{113}$

2) $12^2 = 9^2 + |AC|^2$
$144 = 81 + |AC|^2$
$144 - 81 = |AC|^2$
$63 = |AC|^2$
$\sqrt{63} = |AC|$
$3\sqrt{7} = |AC|$

3) $16^2 = |AB|^2 + 4^2$
$256 = |AB|^2 + 16$
$256 - 16 = |AB|^2$
$240 = |AB|^2$
$\sqrt{240} = |AB|$
$4\sqrt{15} = |AB|$

b) 1) $8{,}5^2 = 6^2 + |AC|^2$
$72{,}25 = 36 + |AC|^2$
$72{,}25 - 36 = |AC|^2$
$36{,}25 = |AC|^2$
$\sqrt{36{,}25} = |AC|$

2) $0{,}04^2 = |AB|^2 + 0{,}03^2$
$0{,}0016 = |AB|^2 + 0{,}0009$
$0{,}0016 - 0{,}0009 = |AB|^2$
$0{,}0007 = |AB|^2$
$\sqrt{0{,}0007} = |AB|$

3) $|BC|^2 = 2{,}4^2 + 3{,}2^2$
$|BC|^2 = 5{,}76 + 10{,}24$
$|BC|^2 = 16$
$|BC| = \sqrt{16}$
$|BC| = 4$

c) 1) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + |AC|^2$
$\frac{25}{4} = \frac{9}{4} + |AC|^2$
$\frac{25}{4} - \frac{9}{4} = |AC|^2$
$\frac{16}{4} = |AC|^2$
$4 = |AC|^2$
$\sqrt{4} = |AC|$
$2 = |AC|$

2) $\left(\frac{8}{3}\right)^2 = |AB|^2 + 2^2$
$\frac{64}{9} = |AB|^2 + 4$
$\frac{64}{9} - 4 = |AB|^2$
$\frac{64}{9} - \frac{36}{9} = |AB|^2$
$\frac{28}{9} = |AB|^2$
$\sqrt{\frac{28}{9}} = |AB|$
$\frac{2\sqrt{7}}{3} = |AB|$

3) $\left(\frac{12}{7}\right)^2 = \left(\frac{5}{7}\right)^2 + |AC|^2$
$\frac{144}{49} = \frac{25}{49} + |AC|^2$
$\frac{144}{49} - \frac{25}{49} = |AC|^2$
$\frac{119}{49} = |AC|^2$
$\sqrt{\frac{119}{49}} = |AC|$
$\frac{\sqrt{119}}{7} = |AC|$

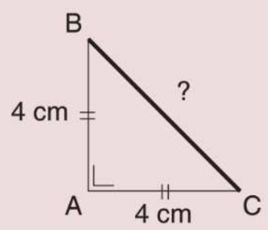
d) 1) $\sqrt{7}^2 = |AB|^2 + \sqrt{3}^2$
$7 = |AB|^2 + 3$
$7 - 3 = |AB|^2$
$4 = |AB|^2$
$\sqrt{4} = |AB|$
$2 = |AB|$

2) $|BC|^2 = \sqrt{10}^2 + \sqrt{5}^2$
$|BC|^2 = 10 + 5$
$|BC|^2 = 15$
$|BC| = \sqrt{15}$

3) $\left(3\sqrt{5}\right)^2 = |AB|^2 + 6^2$
$45 = |AB|^2 + 36$
$45 - 36 = |AB|^2$
$9 = |AB|^2$
$\sqrt{9} = |AB|$
$3 = |AB|$

**20** En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle isocèle en A, on a :

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$
$|BC|^2 = 4^2 + 4^2$
$|BC|^2 = 16 + 16$
$|BC|^2 = 32$
$|BC| = \sqrt{32}$
$|BC| = 4\sqrt{2}$ cm (5,6568... cm)



**21** En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle isocèle en A, on a :

$|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2$

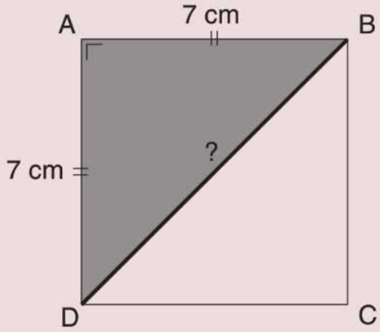
$|BD|^2 = 7^2 + 7^2$

$|BD|^2 = 49 + 49$

$|BD|^2 = 98$

$|BD| = \sqrt{98}$

$|BD| = 7\sqrt{2}$ cm (9,8994... cm)




**22** En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en A, on a :

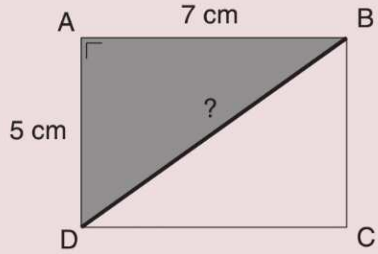
$|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2$

$|BD|^2 = 7^2 + 5^2$

$|BD|^2 = 49 + 25$

$|BD|^2 = 74$

$|BD| = \sqrt{74}$ cm (8,6023... cm)




**23** En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en A, on a :

$|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2$

$10^2 = 8^2 + |AD|^2$

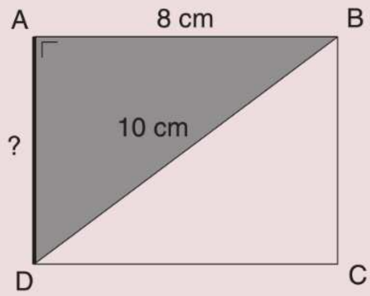
$100 = 64 + |AD|^2$

$100 - 64 = |AD|^2$

$36 = |AD|^2$

$\sqrt{36} = |AD|$

$|AD| = 6$ cm




**24** a) En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABX rectangle en X, on a :

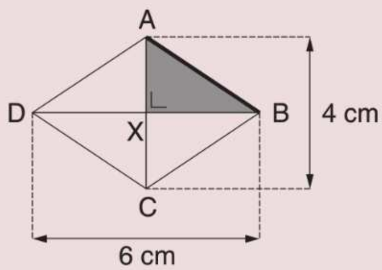
$|AB|^2 = |AX|^2 + |BX|^2$

$|AB|^2 = 2^2 + 3^2$

$|AB|^2 = 4 + 9$

$|AB|^2 = 13$

$|AB| = \sqrt{13}$ cm (3,6055... cm)




b) En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABX rectangle en X, on a :

$|AB|^2 = |AX|^2 + |BX|^2$

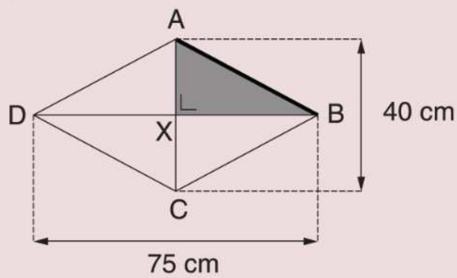
$|AB|^2 = 20^2 + 37{,}5^2$

$|AB|^2 = 400 + 1406{,}25$

$|AB|^2 = 1806{,}25$

$|AB| = \sqrt{1806{,}25}$

$|AB| = 42{,}5$ cm




**25** En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABX rectangle isocèle en X, on a :

$|AB|^2 = |AX|^2 + |BX|^2$

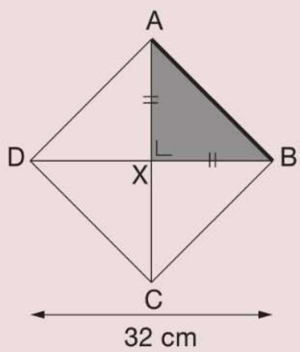
$|AB|^2 = 16^2 + 16^2$

$|AB|^2 = 256 + 256$

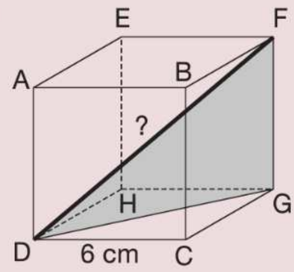
$|AB|^2 = 512$

$|AB| = \sqrt{512}$

$|AB| = 16\sqrt{2}$ cm (22,6274... cm)



**26**




En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle CDG rectangle isocèle en C, on a :

$|DG|^2 = |CD|^2 + |CG|^2$

$|DG|^2 = 6^2 + 6^2$

$|DG|^2 = 36 + 36$

$|DG|^2 = 72$

$|DG| = \sqrt{72}$

$|DG| = 6\sqrt{2}$ cm

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle DFG rectangle en G, on a :

$|DF|^2 = |FG|^2 + |DG|^2$

$|DG|^2 = 6^2 + \left(6\sqrt{2}\right)^2$

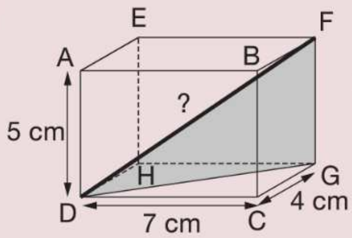
$|DF|^2 = 36 + 72$

$|DF|^2 = 108$

$|DF| = \sqrt{108}$

$|DF| = 6\sqrt{3}$ cm (10,3923... cm)

**27**




En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle CDG rectangle en C, on a :

$|DG|^2 = |CD|^2 + |CG|^2$

$|DG|^2 = 7^2 + 4^2$

$|DG|^2 = 49 + 16$

$|DG|^2 = 65$

$|DG| = \sqrt{65}$ cm

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle DFG rectangle en G, on a :

$|DF|^2 = |FG|^2 + |DG|^2$

$|DF|^2 = 5^2 + \left(\sqrt{65}\right)^2$

$|DF|^2 = 25 + 65$

$|DF|^2 = 90$

$|DF| = \sqrt{90}$

$|DF| = 3\sqrt{10}$ cm (9,4868... cm)

**28** a) En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ACD rectangle en D, on a :

$|AC|^2 = |CD|^2 + |AD|^2$

$|AC|^2 = 28^2 + 46^2$

$|AC|^2 = 784 + 2116$

$|AC|^2 = 2900$

$|AC| = \sqrt{2900}$

$|AC| = 10\sqrt{29}$ mm

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$\left(\sqrt{2900}\right)^2 = 17^2 + |BC|^2$

$2900 = 289 + |BC|^2$

$2900 - 289 = |BC|^2$

$2611 = |BC|^2$

$|BC| = \sqrt{2611}$ mm (51,0979... mm)

b) En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$|AC|^2 = 20^2 + 11^2$

$|AC|^2 = 400 + 121$

$|AC|^2 = 521$

$|AC| = \sqrt{521}$ mm

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ACD rectangle en C, on a :

$|AD|^2 = |AC|^2 + |CD|^2$

$|AD|^2 = \sqrt{521}^2 + 11^2$

$|AD|^2 = 521 + 121$

$|AD|^2 = 642$

$|AD| = \sqrt{642}$ mm

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ADE rectangle en D, on a :

$|AE|^2 = |AD|^2 + |DE|^2$

$|AE|^2 = \sqrt{642}^2 + 11^2$

$|AE|^2 = 642 + 121$

$|AE|^2 = 763$

$|AE| = \sqrt{763}$ mm (27,6224... mm)

**29** $|AC| = 4$ cm

$|BC| = 2$ cm

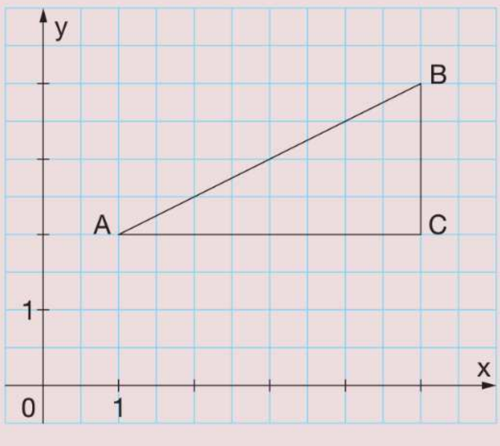
$|AB|^2 = 4^2 + 2^2$

$|AB|^2 = 16 + 4$

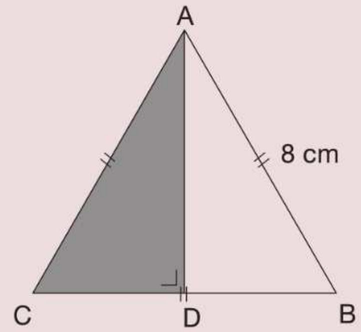
$|AB|^2 = 20$

$|AB| = \sqrt{20}$

$|AB| = 2\sqrt{5}$ cm ( 4,4721... cm)



**30** Détermination de |AD|




En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ADC rectangle en D, on a :

$|AC|^2 = |AD|^2 + |CD|^2$

$8^2 = |AD|^2 + 4^2$

$64 = |AD|^2 + 16$

$64 - 16 = |AD|^2$

$48 = |AD|^2$

$|AD| = \sqrt{48}$

$|AD| = 4\sqrt{3}$ cm

Détermination de l'aire du triangle ABC

$$\frac{|BC| \,.\, |AD|}{2} = \frac{8 \,.\, 4\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2 \ (27{,}7128\ldots \text{ cm}^2)$$

**31** a) Vérifions si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$\left.\begin{array}{l} 4^2 = 16 \\ 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13 \end{array}\right\} \Rightarrow 4^2 \neq 3^2 + 2^2$$

$\Rightarrow$ la proposition est fausse.

b) Vérifions si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{8}^2 = 8 \\ 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{8}^2 = 2^2 + 2^2$$

$\Rightarrow$ la proposition est vraie.

c) Vérifions si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$\left.\begin{array}{l} \left(4\sqrt{13}\right)^2 = 208 \\ 8^2 + 12^2 = 64 + 144 = 208 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(4\sqrt{13}\right)^2 = 8^2 + 12^2$$

$\Rightarrow$ la proposition est vraie.

d) Vérifions si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$\left.\begin{array}{l} \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12 \\ 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(2\sqrt{3}\right)^2 \neq 3^2 + 3^2$$

$\Rightarrow$ la proposition est fausse.

e) Vérifions si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$\left.\begin{array}{l} 4^2 = 16 \\ \left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8 + 8 = 16 \end{array}\right\} \Rightarrow 4^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2$$

$\Rightarrow$ la proposition est vraie.

**32** a) 1) Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [BC]).

$$\left.\begin{array}{l} |AC|^2 = 5^2 = 25 \\ |AB|^2 + |BC|^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \end{array}\right\} \Rightarrow |AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en B.

2) Le triangle ABC est équilatéral, il ne peut donc pas être rectangle.

3) Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AB]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([BC] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|AB|^2 = 10^2 = 100 \\ |BC|^2 + |AC|^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100\end{array}\right\} \Rightarrow |AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en C.

4) Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([BC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|BC|^2 = 5^2 = 25 \\ |AB|^2 + |AC|^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20\end{array}\right\} \Rightarrow |BC|^2 \neq |AB|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC n'est pas un triangle rectangle.

5) Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [BC]).

$$\left.\begin{array}{l}|AC|^2 = 25^2 = 625 \\ |AB|^2 + |BC|^2 = 17^2 + 16^2 = 289 + 256 = 545\end{array}\right\} \Rightarrow |AC|^2 \neq |AB|^2 + |BC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC n'est pas un triangle rectangle.

b) 1) Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([BC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|BC|^2 = 3^2 = 9 \\ |AB|^2 + |AC|^2 = 2^2 + \sqrt{5}^2 = 4 + 5 = 9\end{array}\right\} \Rightarrow |BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en A.

2) Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AB]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([BC] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|AB|^2 = \sqrt{19}^2 = 19 \\ |BC|^2 + |AC|^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20\end{array}\right\} \Rightarrow |AB|^2 \neq |BC|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC n'est pas un triangle rectangle.

3) Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [BC]).

$$\left.\begin{array}{l}|AC|^2 = 5^2 = 25 \\ |AB|^2 + |AB|^2 = \sqrt{3}^2 + \sqrt{22}^2 = 3 + 22 = 25\end{array}\right\} \Rightarrow |AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en B.

4) Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AB]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([BC] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|AB|^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 20 \\ |BC|^2 + |AC|^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20\end{array}\right\} \Rightarrow |AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en C.

5) Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AB]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([BC] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|AB|^2 = \sqrt{29}^2 = 29 \\ |BC|^2 + |AC|^2 = 4^2 + \sqrt{13}^2 = 16 + 13 = 29\end{array}\right\} \Rightarrow |AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en C.

**33** a) 1) Le triangle ABC possède trois côtés de longueurs différentes

$\Rightarrow$ ABC est un triangle **scalène**.

Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([BC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|BC|^2 = 13^2 = 169 \\ |AB|^2 + |AC|^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169\end{array}\right\} \Rightarrow |BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle **rectangle** en A.

Conclusion : le triangle ABC est scalène rectangle en A.

2) Le triangle ABC possède deux côtés de même longueur $\left(|AB| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}\right.$ et $\left.|BC| = 2\sqrt{3}\right)$.

$\Rightarrow$ ABC est un triangle **isocèle** en B.

Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [BC]).

$$\left.\begin{array}{l}|AC|^2 = 5^2 = 25 \\ |AB|^2 + |BC|^2 = \sqrt{12}^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12 + 12 = 24\end{array}\right\} \Rightarrow |AC|^2 \neq |AB|^2 + |BC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC n'est pas un triangle rectangle.

Conclusion : le triangle ABC est isocèle en B.

3) Le triangle ABC possède deux côtés de même longueur $\left(|AB| = 2 \text{ et } |AC| = 2\right)$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle **isocèle** en A.

Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([BC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|BC|^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8 \\ |AB|^2 + |AC|^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8\end{array}\right\} \Rightarrow |BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle **rectangle** en A.

Conclusion : le triangle ABC est rectangle isocèle en A.

b) 1) Le triangle ABC possède trois côtés de longueurs différentes

$\Rightarrow$ ABC est un triangle **scalène**.

Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([BC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|BC|^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12 \\ |AB|^2 + |AC|^2 = \sqrt{5}^2 + \sqrt{7}^2 = 5 + 7 = 12\end{array}\right\} \Rightarrow |BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle **rectangle** en A.

Conclusion : le triangle ABC est scalène rectangle en A.

2) Le triangle ABC possède deux côtés de même longueur $\left(|AB| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}\right.$ et $\left.|AC| = 3\sqrt{2}\right)$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle **isocèle** en A.

Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([BC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l}|BC|^2 = 6^2 = 36 \\ |AB|^2 + |AC|^2 = \sqrt{18}^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18 + 18 = 36\end{array}\right\} \Rightarrow |BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

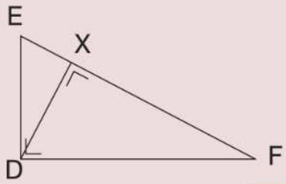
$\Rightarrow$ ABC est un triangle **rectangle** en A.

Conclusion : le triangle ABC est isocèle rectangle en A.

3) Le triangle ABC possède trois côtés de même longueur $\left(|AB| = 6\sqrt{2},\ |AC| = 3\sqrt{8} = 6\sqrt{2}\right.$ et $\left.|BC| = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}\right)$

$\Rightarrow$ ABC est un triangle **équilatéral**.

**34**




| | Longueurs des segments (en cm) | | | | | | Aire (en cm²) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\|DE\|$ | $\|DF\|$ | $\|EF\|$ | $\|EX\|$ | $\|FX\|$ | $\|DX\|$ | DEF | DEX | DXF |
| a) | 4 | 3 | **5** | **3,2** | **1,8** | **2,4** | **6** | **3,84** | **2,16** |
| b) | 6 | **$12\sqrt{2}$** | **18** | 2 | **16** | **$4\sqrt{2}$** | **$36\sqrt{2}$** | **$4\sqrt{2}$** | **$32\sqrt{2}$** |
| c) | **$2\sqrt{29}$** | **$5\sqrt{29}$** | **29** | **4** | 25 | 10 | **145** | **20** | **125** |
| d) | $\sqrt{15}$ | $\sqrt{10}$ | **5** | 3 | 2 | $\sqrt{6}$ | **$\frac{5\sqrt{6}}{2}$** | **$\frac{3\sqrt{6}}{2}$** | **$\sqrt{6}$** |
| e) | **3,75** | 5 | **6,25** | **2,25** | **4** | 3 | **9,375** | **3,375** | **6** |

a) $|EF|^2 = |DE|^2 + |DF|^2$
$|EF|^2 = 4^2 + 3^2$
$|EF|^2 = 16 + 9$
$|EF|^2 = 25$
$|EF| = 5$ cm

$|DE|^2 = |EF| \,.\, |EX|$
$4^2 = 5 \,.\, |EX|$
$16 = 5 \,.\, |EX|$
$|EX| = 3{,}2$ cm

$|FX| = |EF| - |EX|$
$|FX| = 5 - 3{,}2$
$|FX| = 1{,}8$ cm

$|DX|^2 = |EX| \,.\, |FX|$
$|DX|^2 = 3{,}2 \,.\, 1{,}8$
$|DX|^2 = 5{,}76$
$|DX| = \sqrt{5{,}76}$
$|DX| = 2{,}4$ cm

Aire DEF $= \dfrac{|DF|.|DE|}{2}$
Aire DEF $= \dfrac{3\,.\,4}{2}$
Aire DEF = 6 cm$^2$

Aire DEX $= \dfrac{|DX|.|EX|}{2}$
Aire DEX $= \dfrac{2{,}4\,.\,3{,}2}{2}$
Aire DEX = 3,84 cm$^2$

Aire DXF $= \dfrac{|FX|.|DX|}{2}$
Aire DXF $= \dfrac{1{,}8\,.\,2{,}4}{2}$
Aire DXF = 2,16 cm$^2$

b) $|DE|^2 = |EF| \,.\, |EX|$
$6^2 = |EF| \,.\, 2$
$36 = |EF| \,.\, 2$
$|EF| = 18$ cm

$|FX| = |EF| - |AX|$
$|FX| = 18 - 2$
$|FX| = 16$ cm

$|EF|^2 = |DE|^2 + |DF|^2$
$18^2 = 6^2 + |DF|^2$
$324 = 36 + |DF|^2$
$324 - 36 = |DF|^2$
$288 = |DF|^2$
$|DF| = \sqrt{288}$
$|DF| = 12\sqrt{2}$ cm

$|DX|^2 = |EX| \,.\, |FX|$
$|DX|^2 = 2 \,.\, 16$
$|DX|^2 = 32$
$|DX| = \sqrt{32}$
$|DX| = 4\sqrt{2}$ cm

Aire DEF $= \dfrac{|DF|.|DE|}{2}$
Aire DEF $= \dfrac{12\sqrt{2}\,.\,6}{2}$
Aire DEF = $36\sqrt{2}$ cm$^2$

Aire DEX $= \dfrac{|DX|.|EX|}{2}$
Aire DEX $= \dfrac{4\sqrt{2}\,.\,2}{2}$
Aire DEX = $4\sqrt{2}$ cm$^2$

Aire DXF $= \dfrac{|FX|.|DX|}{2}$
Aire DXF $= \dfrac{16\,.\,4\sqrt{2}}{2}$
Aire DXF = $32\sqrt{2}$ cm$^2$

c) $|DX|^2 = |EX| \,.\, |FX|$
$10^2 = |EX| \,.\, 25$
$100 = |EX| \,.\, 25$
$|EX| = 4$ cm

$|EF| = |EX| + |FX|$
$|EF| = 4 + 25$
$|EF| = 29$ cm

$|DE|^2 = |EF| \,.\, |EX|$
$|DE|^2 = 29 \,.\, 4$
$|DE| = \sqrt{29\,.\,4}$
$|DE| = 2\sqrt{29}$ cm

$|DF|^2 = |EF| \,.\, |FX|$
$|DF|^2 = 29 \,.\, 25$
$|DF| = \sqrt{29\,.\,25}$
$|DF| = 5\sqrt{29}$ cm

Aire DEF $= \dfrac{|DF|.|DE|}{2}$
Aire DEF $= \dfrac{5\sqrt{29}\,.\,2\sqrt{29}}{2}$
Aire DEF = 145 cm$^2$

Aire DEX $= \dfrac{|DX|.|EX|}{2}$
Aire DEX $= \dfrac{10\,.\,4}{2}$
Aire DEX = 20 cm$^2$

Aire DXF $= \dfrac{|FX|.|DX|}{2}$
Aire DXF $= \dfrac{25\,.\,10}{2}$
Aire DXF = 125 cm$^2$

d) $|EF| = |EX| + |FX|$
$|EF| = 3 + 2$
$|EF| = 5$ cm

$|DX|^2 = |EX| \,.\, |FX|$
$|DX|^2 = 3 \,.\, 2$
$|DX|^2 = 6$
$|DX| = \sqrt{6}$ cm

$|DE|^2 = |EF| \,.\, |EX|$
$|DE|^2 = 5 \,.\, 3$
$|DE|^2 = 15$
$|DE| = \sqrt{15}$ cm

$|DF|^2 = |EF| \,.\, |FX|$
$|DF|^2 = 5 \,.\, 2$
$|DF|^2 = 10$
$|DF| = \sqrt{10}$ cm

$\text{Aire DEF} = \dfrac{|DF| \,.\, |DE|}{2}$

$\text{Aire DEF} = \dfrac{\sqrt{10} \,.\, \sqrt{15}}{2}$

$\text{Aire DEF} = \dfrac{5\sqrt{6}}{2}\ \text{cm}^2$

$\text{Aire DEX} = \dfrac{|DX| \,.\, |EX|}{2}$

$\text{Aire DEX} = \dfrac{\sqrt{6} \,.\, 3}{2}$

$\text{Aire DEX} = \dfrac{3\sqrt{6}}{2}\ \text{cm}^2$

$\text{Aire DXF} = \dfrac{|FX| \,.\, |DX|}{2}$

$\text{Aire DXF} = \dfrac{2 \,.\, \sqrt{6}}{2}$

$\text{Aire DXF} = \sqrt{6}\ \text{cm}^2$

e) $|DF|^2 = |DX|^2 + |FX|^2$
$5^2 = 3^2 + |FX|^2$
$25 = 9 + |FX|^2$
$25 - 9 = |FX|^2$
$16 = |FX|^2$
$|FX| = 4$ cm

$|DX|^2 = |EX| \,.\, |FX|$
$3^2 = |EX| \,.\, 4$
$9 = |EX| \,.\, 4$
$|EX| = 2{,}25$ cm

$|EF| = |EX| + |FX|$
$|EF| = 2{,}25 + 4$
$|EF| = 6{,}25$ cm

$|DE|^2 = |EF| \,.\, |EX|$
$|DE|^2 = 6{,}25 \,.\, 2{,}25$
$|DE|^2 = 14{,}0625$
$|DE| = 3{,}75$ cm

$\text{Aire DEF} = \dfrac{|DF| \,.\, |DE|}{2}$

$\text{Aire DEF} = \dfrac{5 \,.\, 3{,}75}{2}$

$\text{Aire DEF} = 9{,}375\ \text{cm}^2$

$\text{Aire DEX} = \dfrac{|DX| \,.\, |EX|}{2}$

$\text{Aire DEX} = \dfrac{3 \,.\, 2{,}25}{2}$

$\text{Aire DEX} = 3{,}375\ \text{cm}^2$

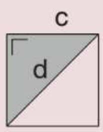
$\text{Aire DXF} = \dfrac{|FX| \,.\, |DX|}{2}$

$\text{Aire DXF} = \dfrac{4 \,.\, 3}{2}$

$\text{Aire DXF} = 6\ \text{cm}^2$

## Transférer

**1**




$d^2 = c^2 + c^2$

$d^2 = 2c^2$

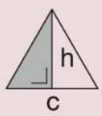
$\dfrac{d^2}{2} = c^2$

$c = \sqrt{\dfrac{d^2}{2}}$

$c = \dfrac{d}{\sqrt{2}}$

$c = \dfrac{d\sqrt{2}}{2}$

**2**




$c^2 = h^2 + \left(\dfrac{c}{2}\right)^2$

$c^2 = h^2 + \dfrac{c^2}{4}$

$c^2 - \dfrac{c^2}{4} = h^2$

$\dfrac{3c^2}{4} = h^2$

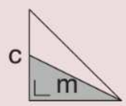
$c^2 = \dfrac{4h^2}{3}$

$c = \sqrt{\dfrac{4h^2}{3}}$

$c = \dfrac{2h}{\sqrt{3}}$

$c = \dfrac{2h\sqrt{3}}{3}$

**3**




$m^2 = c^2 + \left(\dfrac{c}{2}\right)^2$

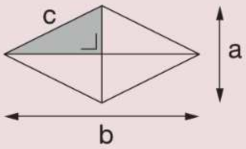
$m^2 = c^2 + \dfrac{c^2}{4}$

$m^2 = \dfrac{5c^2}{4}$

$m = \sqrt{\dfrac{5c^2}{4}}$

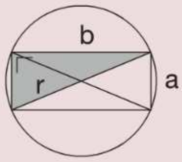
$m = \dfrac{c\sqrt{5}}{2}$

**4**




$$c^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$
$$c^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}$$
$$c^2 = \frac{a^2 + b^2}{4}$$
$$c = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}}$$
$$c = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$$

**5**




$$(2r)^2 = a^2 + b^2$$
$$4r^2 = a^2 + b^2$$
$$r^2 = \frac{a^2 + b^2}{4}$$
$$r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}}$$
$$r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$$

**6**

a) $x^2 = a^2 + a^2$
$x^2 = 2a^2$
$x = \sqrt{2a^2}$
$x = a\sqrt{2}$

b) $x^2 = a^2 + (2a)^2$
$x^2 = a^2 + 4a^2$
$x^2 = 5a^2$
$x = \sqrt{5a^2}$
$x = a\sqrt{5}$

c) $(2a)^2 = a^2 + x^2$
$4a^2 = a^2 + x^2$
$4a^2 - a^2 = x^2$
$3a^2 = x^2$
$\sqrt{3a^2} = x$
$a\sqrt{3} = x$

**7**

a) $x^2 = 3^2 + (x - 1)^2$
$x^2 = 9 + x^2 - 2x + 1$
$x^2 = x^2 - 2x + 10$
$x^2 - x^2 + 2x = 10$
$2x = 10$
$x = 5$

$|BC| = 5$ cm
$|AC| = 4$ cm

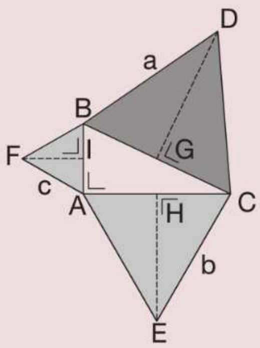
b) $(x + 1)^2 = 2^2 + x^2$
$x^2 + 2x + 1 = 4 + x^2$
$x^2 + 2x - x^2 = 4 - 1$
$2x = 3$
$x = 1{,}5$

$|AB| = 1{,}5$ cm
$|BC| = 2{,}5$ cm

c) $\sqrt{180}^2 = x^2 + (2x)^2$
$180 = x^2 + 4x^2$
$180 = 5x^2$
$36 = x^2$
$x = 6$

$|AB| = 6$ cm
$|AC| = 12$ cm

**8**




$|BD| = |DC| = |CB| = a$
$|CE| = |EA| = |AC| = b$
$|AF| = |FB| = |BA| = c$

**Détermination de $|GD|$**

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle BDG rectangle en G, on a :

$$a^2 = |GD|^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$
$$a^2 = |GD|^2 + \frac{a^2}{4}$$
$$a^2 - \frac{a^2}{4} = |GD|^2$$
$$\frac{3a^2}{4} = |GD|^2$$
$$|GD| = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$$
$$|GD| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

**Détermination de $|HE|$**

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle CEH rectangle en H, on a :

$$b^2 = |HE|^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$
$$b^2 = |HE|^2 + \frac{b^2}{4}$$
$$b^2 - \frac{b^2}{4} = |HE|^2$$
$$\frac{3b^2}{4} = |HE|^2$$
$$|HE| = \sqrt{\frac{3b^2}{4}}$$
$$|HE| = \frac{b\sqrt{3}}{2}$$

**Détermination de $|IF|$**

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle AFI rectangle en I, on a :

$$c^2 = |IF|^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$
$$c^2 = |IF|^2 + \frac{c^2}{4}$$
$$c^2 - \frac{c^2}{4} = |IF|^2$$
$$\frac{3c^2}{4} = |IF|^2$$
$$|IF| = \sqrt{\frac{3c^2}{4}}$$
$$|IF| = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

Détermination de l'aire du triangle équilatéral BDC : $\dfrac{|BC| \cdot |GD|}{2} = \dfrac{a \cdot \frac{\sqrt{3}\,a}{2}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Détermination de l'aire du triangle équilatéral ACE : $\dfrac{|AC|\,.\,|HE|}{2} = \dfrac{b\,.\,\dfrac{\sqrt{3}\,b}{2}}{2} = \dfrac{b^2\sqrt{3}}{4}$

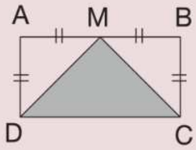
Détermination de l'aire du triangle équilatéral AFB : $\dfrac{|AB|\,.\,|IF|}{2} = \dfrac{c\,.\,\dfrac{\sqrt{3}\,c}{2}}{2} = \dfrac{c^2\sqrt{3}}{4}$

Aire du triangle équilatéral ACE + Aire du triangle équilatéral AFB :

$\dfrac{\sqrt{3}b^2}{4} + \dfrac{\sqrt{3}c^2}{4} = \dfrac{\sqrt{3}b^2 + \sqrt{3}c^2}{4} = \dfrac{\sqrt{3}(b^2+c^2)}{4} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}$ = Aire du triangle équilatéral BDC

car en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A, on a : $a^2 = b^2 + c^2$

**9**




$|AD| = x$
$|AB| = 2\,.\,|AD| = 2x$

Dans les triangles AMD et BMC, on a

(1) $|AD| = |BC|$ (Les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.)

(2) $|AM| = |MB|$ (M, milieu de [AB])

(3) $|\widehat{DAM}| = |\widehat{CBM}| = 90°$ (Un rectangle possède quatre angles droits.)

(1), (2) et (3) $\Rightarrow \Delta$ AMD ISO $\Delta$ BMC (Si deux triangles ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de même longueur alors ils sont isométriques.)

$\Rightarrow |DM| = |CM|$ (Les côtés homologues de deux triangles isométriques ont même longueur.)

$\Rightarrow$ **le triangle DMC est isocèle en M.**

Vérifions que le triangle DMC est rectangle en M.

$|\widehat{AMD}| + |\widehat{DMC}| + |\widehat{CMB}| = 180°$

$45° + |\widehat{DMC}| + 45° = 180°$ (DAM et CBM sont des triangles isocèles rectangles respectivement en A et en B.)

$|\widehat{DMC}| = 90°$

$\Rightarrow$ **le triangle DMC est rectangle en M.**

Conclusion : le triangle DMC est isocèle rectangle en M.

**10** a) Détermination de $|AD|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle AED rectangle en E, on a :

$|AD|^2 = |AE|^2 + |DE|^2$
$|AD|^2 = 12^2 + 12^2$
$|AD|^2 = 144 + 144$
$|AD|^2 = 288$
$|AD| = \sqrt{288}$
$|AD| = 12\sqrt{2}$ mm

Détermination de $|AB|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABE rectangle en E, on a :

$|AB|^2 = |AE|^2 + |BE|^2$
$|AB|^2 = 12^2 + 24^2$
$|AB|^2 = 144 + 576$
$|AB|^2 = 720$
$|AB| = \sqrt{720}$
$|AB| = 12\sqrt{5}$ mm

Détermination de $|BC|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle BCD rectangle en D, on a :

$|BC|^2 = |BD|^2 + |CD|^2$
$|BC|^2 = 36^2 + 12^2$
$|BC|^2 = 1296 + 144$
$|BC|^2 = 1440$
$|BC| = \sqrt{1440}$
$|BC| = 12\sqrt{10}$ mm

Détermination du périmètre du quadrilatère ABCD

$|AB| + |BC| + |CD| + |DA| = 12\sqrt{5} + 12\sqrt{10} + 12 + 12\sqrt{2} = 12\,.\,(\sqrt{5} + \sqrt{10} + 1 + \sqrt{2})$
$= 103{,}612...$ mm

b) Détermination de $|AH|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle AHD rectangle en H, on a :

$|AD|^2 = |AH|^2 + |DH|^2$
$5^2 = |AH|^2 + 3^2$
$25 = |AH|^2 + 9$
$25 - 9 = |AH|^2$
$16 = |AH|^2$
$|AH| = 4$ cm

Détermination de l'aire du parallélogramme ABCD

$|CD| \, . \, |AH| = 9 \, . \, 4 = 36$ cm$^2$

c) Détermination de $|DC|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle CDE rectangle en E, on a :

$|CD|^2 = |DE|^2 + |CE|^2$
$|CD|^2 = 22^2 + 33^2$
$|CD|^2 = 484 + 1089$
$|CD|^2 = 1573$
$|CD| = \sqrt{1573}$
$|CD| = 11\sqrt{13}$ m

Détermination de l'aire du rectangle ABCD

$|AB| \, . \, |BC| = 11\sqrt{13} \, . \, 30 = 330\sqrt{13}$ m$^2$

Détermination de l'aire du triangle CDE rectangle en E

$$\frac{|DE| \, . \, |CE|}{2} = \frac{22 \, . \, 33}{2} = 11 \, . \, 33 = 363 \text{ m}^2$$

Détermination de l'aire du polygone ABCED

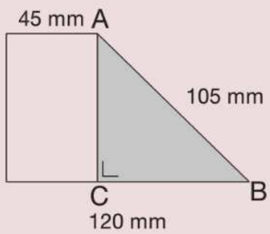
$330\sqrt{13} - 363 = 826{,}831...$ m$^2$

d) Détermination de $|AC|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$
$105^2 = |AC|^2 + 75^2$
$11\,025 = |AC|^2 + 5625$
$11\,025 - 5625 = |AC|^2$
$5400 = |AC|^2$
$|AC| = \sqrt{5400}$
$|AC| = 30\sqrt{6}$ mm

Représentation de la base trapézoïdale




Détermination de l'aire de la base trapézoïdale

$$\frac{(120 + 45) \, . \, 30\sqrt{6}}{2} = 165 \, . \, 15\sqrt{6} = 2475\sqrt{6} \text{ mm}^2$$

Détermination du volume du prisme droit à base trapézoïdale

$2475\sqrt{6} \, . \, 90 = 222\,750\sqrt{6} = 545\,623{,}840...$ mm$^3$

e) Détermination de $|AB|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

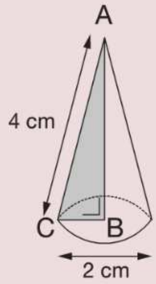
$4^2 = |AB|^2 + 1^2$

$16 = |AB|^2 + 1$

$16 - 1 = |AB|^2$

$15 = |AB|^2$

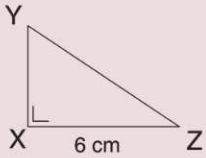
$|AB| = \sqrt{15}$ cm




Détermination du volume du cône

$$\frac{\pi \cdot 1^2 \cdot \sqrt{15}}{3} = 4{,}055\ldots \text{ cm}^3$$

**11**




Aire du triangle XYZ : $\frac{|XZ| \cdot |XY|}{2} = \frac{6 \cdot |XY|}{2} = 3 \cdot |XY|$

Aire du triangle XYZ : 12 cm²

Détermination de $|XY|$

$3 \cdot |XY| = 12$

$|XY| = 4$ cm

Détermination de $|YZ|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle XYZ rectangle en X, on a :

$|YZ|^2 = |XY|^2 + |XZ|^2$

$|YZ|^2 = 4^2 + 6^2$

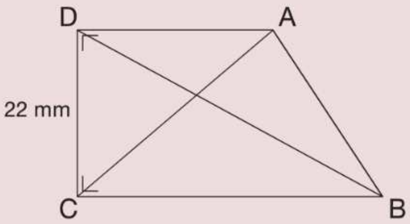
$|YZ|^2 = 16 + 36$

$|YZ|^2 = 52$

$|YZ| = \sqrt{52}$

$|YZ| = 2\sqrt{13}$ cm

**12**




$|AC| = 34$ mm et $|BD| = 46$ mm

Détermination de $|BC|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle DBC rectangle en C, on a :

$|BD|^2 = |CD|^2 + |BC|^2$

$46^2 = 22^2 + |BC|^2$

$2116 = 484 + |BC|^2$

$2116 - 484 = |BC|^2$

$1632 = |BC|^2$

$|BC| = \sqrt{1632}$

$|BC| = 4\sqrt{102}$ mm

Détermination de $|AD|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ACD rectangle en D, on a :

$|AC|^2 = |CD|^2 + |AD|^2$

$34^2 = 22^2 + |AD|^2$

$1156 = 484 + |AD|^2$

$1156 - 484 = |AD|^2$

$672 = |AD|^2$

$|AD| = \sqrt{672}$

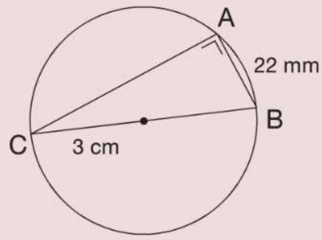
$|AD| = 4\sqrt{42}$ mm

Détermination de l'aire du trapèze rectangle ABCD

$$\frac{(4\sqrt{102} + 4\sqrt{42}) \cdot 22}{2} = (4\sqrt{102} + 4\sqrt{42}) \cdot 11 = 44\sqrt{102} + 44\sqrt{42} = 729{,}530\ldots \text{ mm}^2$$

**13** Détermination de $|AC|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A, on a :




$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$

$60^2 = 22^2 + |AC|^2$

$3600 = 484 + |AC|^2$

$3600 - 484 = |AC|^2$

$3116 = |AC|^2$

$|AC| = \sqrt{3116}$

$|AC| = 2\sqrt{779}$ mm

Détermination de l'aire du triangle ABC

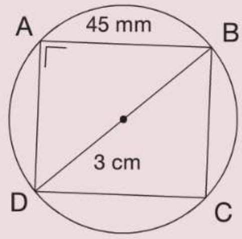
$$\frac{2\sqrt{779}\ .\ 22}{2} = 22\ .\ \sqrt{779} = 614,032...\ \text{mm}^2$$

Détermination du périmètre du triangle ABC

$$60 + 22 + 2\sqrt{779} = 82 + 2\sqrt{779} = 137,821...\ \text{mm}$$

**14** Détermination de $|AD|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en A, on a :




$|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2$

$60^2 = 45^2 + |AD|^2$

$3600 = 2025 + |AD|^2$

$3600 - 2025 = ||AD|^2$

$1575 = |AD|^2$

$|AD| = \sqrt{1575}$

$|AD| = 15\sqrt{7}$ mm

Détermination de l'aire du rectangle ABCD

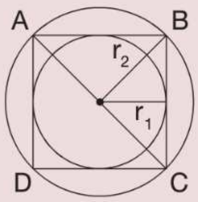
$$45\ .\ 15\sqrt{7} = 675\sqrt{7} = 1785,882...\ \text{mm}^2$$

Détermination du périmètre du rectangle ABCD

$$\left(45 + 15\sqrt{7}\right).\ 2 = 90 + 30\sqrt{7} = 169,372...\ \text{mm}$$

**15** Détermination de $|AB|$ (côté du carré) : $|AB| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ cm

a) Détermination du rayon ($r_1$) du cercle inscrit au carré




$$r_1 = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\ \text{cm}$$

Détermination de l'aire du cercle inscrit au carré

$$\pi\ .\ \sqrt{3}^2 = \pi\ .\ 3 = 9,424...\ \text{cm}^2$$

b) Détermination du rayon ($r_2$) du cercle circonscrit au carré

Détermination de $|AC|$, longueur d'une diagonale du carré ABCD

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$|AC|^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2$

$|AC|^2 = 12 + 12$

$|AC|^2 = 24$

$|AC| = \sqrt{24}$

$|AC| = 2\sqrt{6}$ cm

$r_2 = \dfrac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$ cm

Détermination de l'aire du cercle circonscrit au carré

$\pi \cdot \sqrt{6}^2 = \pi \cdot 6 = 18{,}849...$ cm²

**16** a) Détermination de $|AC|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$
$|AC|^2 = 10^2 + 6^2$
$|AC|^2 = 100 + 36$
$|AC|^2 = 136$
$|AC| = \sqrt{136}$
$|AC| = 2\sqrt{34}$ cm

Détermination de $|AF|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle AFB rectangle en B, on a :

$|AF|^2 = |AB|^2 + |BF|^2$
$|AF|^2 = 10^2 + 20^2$
$|AF|^2 = 100 + 400$
$|AF|^2 = 500$
$|AF| = \sqrt{500}$
$|AF| = 10\sqrt{5}$ cm

Détermination de $|CF|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle BFC rectangle en B, on a :

$|CF|^2 = |BF|^2 + |BC|^2$
$|CF|^2 = 20^2 + 6^2$
$|CF|^2 = 400 + 36$
$|CF|^2 = 436$
$|CF| = \sqrt{436}$
$|CF| = 2\sqrt{109}$ cm

b) Le triangle AFC possède trois côtés de longueurs différentes

$\Rightarrow$ AFC est un triangle **scalène**.

Vérifions si, dans le triangle AFC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AF]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AC] et [CF]).

$$\left.\begin{array}{l} |AF|^2 = (10\sqrt{5})^2 = 500 \\ |AC|^2 + |CF|^2 = (2\sqrt{34})^2 + (2\sqrt{109})^2 = 136 + 436 = 572 \end{array}\right\} \Rightarrow |AF|^2 \neq |AC|^2 + |CF|^2$$

$\Rightarrow$ ABC n'est pas un triangle rectangle.

**17** Détermination de $|BD|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en A, on a :

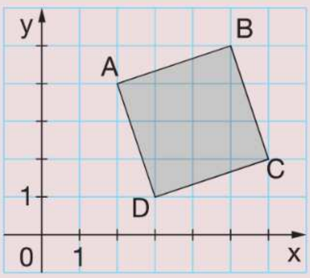
$|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2$
$|BD|^2 = 4^2 + 2^2$
$|BD|^2 = 16 + 4$
$|BD|^2 = 20$
$|BD| = \sqrt{20}$
$|BD| = 2\sqrt{5}$

Vérifions si, dans le triangle BCD, le carré de la longueur du plus grand côté ([BC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([CD] et [BD]).

$$\left.\begin{array}{l} |BC|^2 = 6^2 = 36 \\ |CD|^2 + |BD|^2 = 4^2 + \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 16 + 20 = 36 \end{array}\right\} \Rightarrow |BC|^2 = |CD|^2 + |BD|^2$$

$\Rightarrow$ BCD est un triangle rectangle en D.

**18**




Détermination de $|AB|$, $|BC|$, $|CD|$ et $|DA|$

$|AB| = \sqrt{(5-2)^2 + (5-4)^2}$
$|AB| = \sqrt{3^2 + 1^2}$
$|AB| = \sqrt{9+1}$
$|AB| = \sqrt{10}$

$|BC| = \sqrt{(6-5)^2 + (2-5)^2}$
$|BC| = \sqrt{1^2 + (-3)^2}$
$|BC| = \sqrt{1+9}$
$|BC| = \sqrt{10}$

$|CD| = \sqrt{(3-6)^2 + (1-2)^2}$
$|CD| = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2}$
$|CD| = \sqrt{9+1}$
$|CD| = \sqrt{10}$

$|DA| = \sqrt{(3-2)^2 + (1-4)^2}$
$|DA| = \sqrt{1^2 + (-3)^2}$
$|DA| = \sqrt{1+9}$
$|DA| = \sqrt{10}$

$|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$

$\Rightarrow$ le quadrilatère ABCD possède quatre côtés de même longueur. (1)

Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([AC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [BC]).

Détermination de $|AC|$

$|AC| = \sqrt{(6-2)^2 + (2-4)^2}$
$|AC| = \sqrt{4^2 + (-2)^2}$
$|AC| = \sqrt{16+4}$
$|AC| = \sqrt{20}$
$|AC| = 2\sqrt{5}$

$$\left.\begin{array}{l} |AC|^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20 \\ |AB|^2 + |BC|^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = 10 + 10 = 20 \end{array}\right\} \Rightarrow |AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

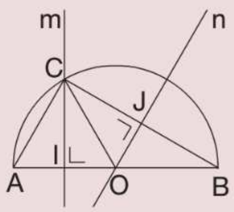
$\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en B

$\Rightarrow |\hat{B}| = 90°$ (2)

(1) et (2) $\Rightarrow$ le quadrilatère ABCD a ses 4 côtés de même longueur et un angle droit

$\Rightarrow$ ABCD est un carré.

19




a) ABC est un triangle inscrit dans un demi-cercle

$\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en C.

(1) $|AC| = |CO|$ (C appartient à la médiatrice du segment [AO].)

(2) $|CO| = |AO| = r$ (Les rayons d'un cercle ont la même longueur.)

(1) et (2) $\Rightarrow |AC| = |CO| = |AO|$

$\Rightarrow$ ACO est un triangle équilatéral.

b) Détermination de $|AC|$

$|AC| = |CO| = r$
$|AC| = 7{,}5$ cm

Détermination de $|CI|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ACI rectangle en I, on a :

$|AC|^2 = |CI|^2 + |AI|^2$
$7{,}5^2 = |CI|^2 + 3{,}75^2$
$56{,}25 = |CI|^2 + 14{,}0625$
$56{,}25 - 14{,}0625 = |CI|^2$
$42{,}1875 = |CI|^2$
$|CI| = \sqrt{42{,}1875}$
$|CI| = \sqrt{\dfrac{421\,875}{10\,000}} = \sqrt{\dfrac{675}{16}}$
$|CI| = \sqrt{\dfrac{225\,.\,3}{16}}$
$|CI| = \dfrac{15\sqrt{3}}{4}$ cm (6,495... cm)

Détermination de $|BC|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$
$15^2 = 7{,}5^2 + |BC|^2$
$225 = 56{,}25 + |BC|^2$
$225 - 56{,}25 = |BC|^2$
$168{,}75 = |BC|^2$
$|BC| = \sqrt{168{,}75}$
$|BC| = \sqrt{\dfrac{16\,875}{100}} = \sqrt{\dfrac{675}{4}}$
$|BC| = \sqrt{\dfrac{225\,.\,3}{4}}$
$|BC| = \dfrac{15\sqrt{3}}{2}$ cm (12,990... cm)

c) Détermination de $|JO|$

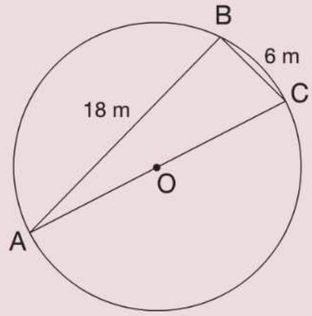
$O \in n$ (La médiatrice d'une corde d'un cercle passe par le centre de ce cercle.)

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle BOJ rectangle en J, on a :

$$|BO|^2 = |JO|^2 + |BJ|^2$$
$$|BO|^2 = |JO|^2 + \left(\frac{1}{2}|BC|\right)^2$$
$$7{,}5^2 = |JO|^2 + \left(\frac{15\sqrt{3}}{4}\right)^2$$
$$56{,}25 = |JO|^2 + 42{,}1875$$
$$56{,}25 - 42{,}1875 = |JO|^2$$
$$14{,}0625 = |JO|^2$$
$$|JO| = \sqrt{14{,}0625}$$
$$|JO| = 3{,}75 \text{ cm}$$

Or, $|AC| = 7{,}5 \text{ cm} \Rightarrow |JO| = \frac{1}{2}|AC|$

**20**




ABC est un triangle inscrit dans un demi-cercle

$\Rightarrow |\widehat{ABC}| = 90°$

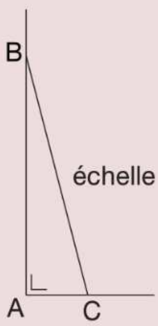
$\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en B.

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$
$$|AC|^2 = 18^2 + 6^2$$
$$|AC|^2 = 324 + 36$$
$$|AC|^2 = 360$$
$$|AC| = \sqrt{360}$$
$$|AC| = 18{,}973... \cong 18{,}97 \text{ m}$$

Si la grenouille avait effectué le trajet [AC] en ligne droite, elle aurait parcouru 18,97 m.

**21**




a) $|BC| = 10 \text{ m} \Rightarrow |AC| = 2{,}5 \text{ m}$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$
$$10^2 = |AB|^2 + 2{,}5^2$$
$$100 = |AB|^2 + 6{,}25$$
$$100 - 6{,}25 = |AB|^2$$
$$93{,}75 = |AB|^2$$
$$|AB| = \sqrt{93{,}75}$$
$$|AB| = 9{,}682... \cong 9{,}68 \text{ m}$$

En tenant compte des résultats des tests au niveau de la stabilité, la hauteur maximale du point d'appui d'une échelle de 10 m de long est situé à une hauteur de 9,68 m.

b) $|BC| = 4x$ et $|AC| = x$

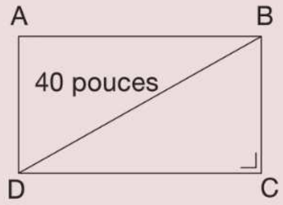
En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$
$$(4x)^2 = 7{,}75^2 + x^2$$
$$16x^2 = 60{,}0625 + x^2$$
$$16x^2 - x^2 = 60{,}0625$$
$$15x^2 = 60{,}0625$$
$$x^2 = \frac{60{,}0625}{15}$$
$$x = \sqrt{\frac{60{,}0625}{15}}$$
$$x = 2{,}001... \cong 2 \text{ m}$$

$|AC| = 2$ m et $|BC| = 8$ m

En tenant compte des résultats des tests au niveau de la stabilité, la longueur d'une échelle dont le point d'appui est situé à une hauteur de 7,75 m est de 8 m.

**22**




$|BD| = 40$ pouces $= 40 \cdot 2{,}54 = 101{,}6$ cm

$|BC| = 9x$ et $|CD| = 16x$

Détermination de $|BC|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle BCD rectangle en C, on a :

$|BD|^2 = |BC|^2 + |CD|^2$

$101{,}6^2 = (9x)^2 + (16x)^2$

$10\,322{,}56 = 81x^2 + 256x^2$

$10\,322{,}56 = 337x^2$

$\dfrac{10\,322{,}56}{337} = x^2$

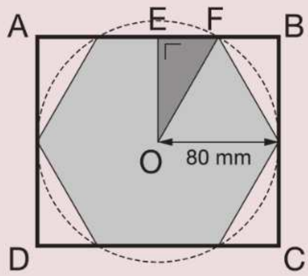
$x = \sqrt{\dfrac{10\,322{,}56}{337}}$

$x = 5{,}534...$ cm

$|BC| = 9 \cdot 5{,}534... = 49{,}810...$ cm et $|CD| = 16 \cdot 5{,}534... = 88{,}552...$ cm

Les dimensions, au mm près, de l'écran d'un téléviseur 16/9 dont la longueur de la diagonale vaut 40 pouces sont de 49,8 cm de haut et 88,6 cm de large.

**23**




Détermination de $|AB|$

$|AB| = 2 \cdot 80 = 160$ mm

Détermination de $|EO|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle EFO rectangle en E, on a :

$|FO|^2 = |EO|^2 + |EF|^2$

$|FO|^2 = |EO|^2 + \left(\dfrac{1}{4}|AB|\right)^2$

$80^2 = |EO|^2 + 40^2$

$6400 = |EO|^2 + 1600$

$6400 - 1600 = |EO|^2$

$4800 = |EO|^2$

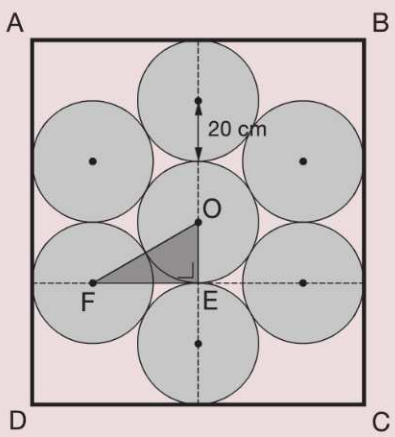
$|EO| = \sqrt{4800}$ mm

Détermination de $|BC|$

$|BC| = 2 \cdot \sqrt{4800} = 138{,}564...$ mm

Les dimensions de l'enveloppe, au mm près sont de 139 mm de haut sur 160 mm de large.

**24**




Détermination de $|BC|$

$|BC| = 6 \cdot 20 = 120$ cm

Détermination de $|EF|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle EFO rectangle en E, on a :

$|FO|^2 = |EO|^2 + |EF|^2$

$40^2 = 20^2 + |EF|^2$

$1600 = 400 + |EF|^2$

$1600 - 400 = |EF|^2$

$1200 = |EF|^2$

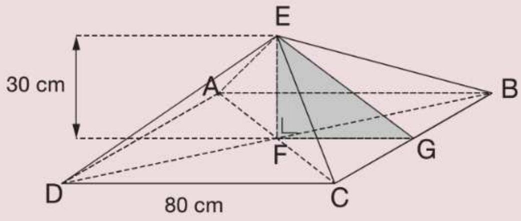
$|EF| = \sqrt{1200}$

Détermination de $|AB|$

$|AB| = 2 \cdot \sqrt{1200} + 2 \cdot 20 = 109{,}282...$ cm

Les dimensions extérieures du cadre, au cm près, sont de 120 cm de haut sur 109 cm de large.

**25**




Détermination de $|EG|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle EGF rectangle en F, on a :

$|EG|^2 = |FG|^2 + |EF|^2$

$|EG|^2 = 40^2 + 30^2$

$|EG|^2 = 1600 + 900$

$|EG|^2 = 2500$

$|EG| = 50$ cm

Détermination de l'aire du triangle BCE

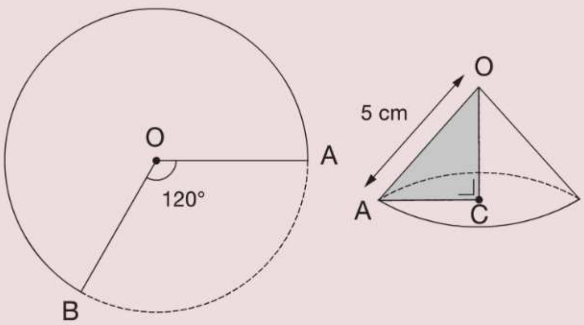
$\dfrac{|BC| \cdot |EG|}{2} = \dfrac{80 \cdot 50}{2} = 2000 \text{ cm}^2$

Détermination de la somme des aires des quatre triangles

$4 \cdot 2000 = 8000 \text{ cm}^2$

La quantité de polyester nécessaire au recouvrement du toit est de 8000 cm$^2$.

**26**




Périmètre du cercle de centre O et de 5 cm de rayon

$2\pi \cdot 5 = 10\pi$

Périmètre de la base du cône

$\dfrac{2}{3} \cdot 10\pi = \dfrac{20\pi}{3}$

Détermination de $|AC|$

$2\pi \cdot |AC| = \dfrac{20\pi}{3}$

$|AC| = \dfrac{20\pi}{3 \cdot 2\pi} = \dfrac{10}{3}$ cm

Détermination de $|OC|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle AOC rectangle en C, on a :

$|AO|^2 = |AC|^2 + |OC|^2$

$5^2 = \left(\dfrac{10}{3}\right)^2 + |OC|^2$

$25 = \dfrac{100}{9} + |OC|^2$

$25 - \dfrac{100}{9} = |OC|^2$

$\dfrac{225 - 100}{9} = |OC|^2$

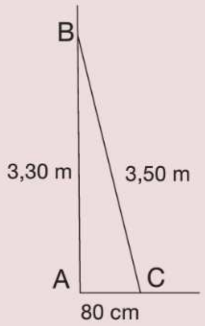
$\dfrac{125}{9} = |OC|^2$

$|OC| = \sqrt{\dfrac{125}{9}}$

$|OC| = 3{,}726... \cong 3{,}7$ cm

La hauteur du cône ainsi construit est de 3,7 cm.

**27**



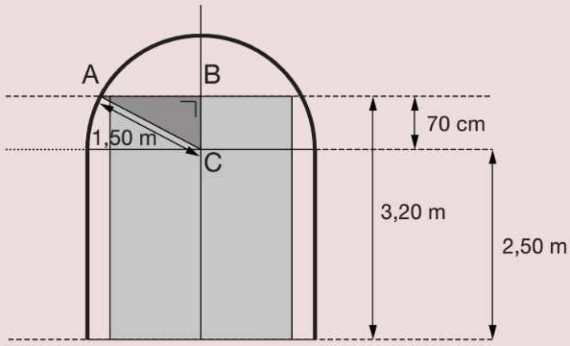

Vérifions si, dans le triangle ABC, le carré de la longueur du plus grand côté ([BC]) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ([AB] et [AC]).

$$\left.\begin{array}{l} |BC|^2 = 3{,}5^2 = 12{,}25 \\ |AB|^2 + |AC|^2 = 0{,}8^2 + 3{,}3^2 = 0{,}64 + 10{,}89 = 11{,}53 \end{array}\right\} \Rightarrow |BC|^2 \neq |AB|^2 + |AC|^2$$

$\Rightarrow$ ABC n'est pas un triangle rectangle.

Le mur n'est pas perpendiculaire au sol.

**28**




Détermination de $|AB|$

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$
$1{,}5^2 = |AB|^2 + (3{,}20 - 2{,}50)^2$
$1{,}5^2 = |AB|^2 + 0{,}7^2$
$2{,}25 = |AB|^2 + 0{,}49$
$2{,}25 - 0{,}49 = |AB|^2$
$1{,}76 = |AB|^2$
$|AB| = \sqrt{1{,}76}$ m
$|AB| = 1{,}326...$ m

Détermination de la largeur du pont à une hauteur de 3,20 m

$2 \cdot 1{,}326... = 2{,}652... \cong 2{,}65$ m

Le camping-car d'une largeur de 2,40 m peut circuler dans ce tunnel sans encombre, car 2,65 m > 2,40 m.